

套圈圈

四 年級： 3 班 姓名： 陳芊睿



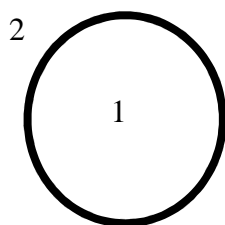
高愛迪斯最喜歡在夜市玩套圈圈的遊戲。有一天，他看見套圈圈的攤位地上，到處都是圈圈，四處散落，並且交疊在一起，形成了許多交點，並且把圓分成了許多區域，於是高愛迪斯想到了幾個有趣的問題：

問題如下：

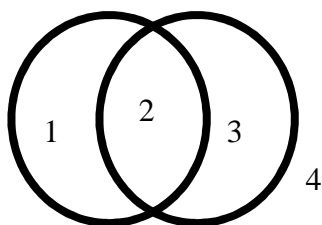
一個圓最多可以把平面分成 2 個區域，如下圖一所示：

二個圓最多可以把平面分成 4 個區域，如下圖二所示：

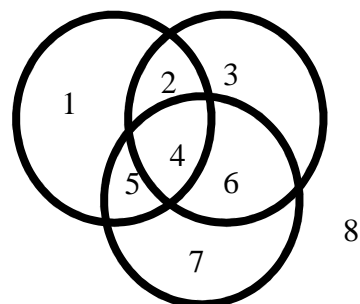
三個圓最多可以把平面分成 8 個區域，如下圖三所示：



圖一



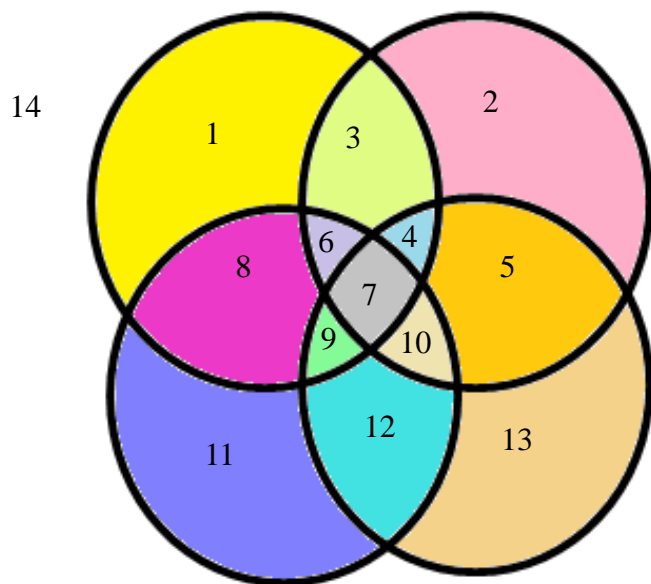
圖二



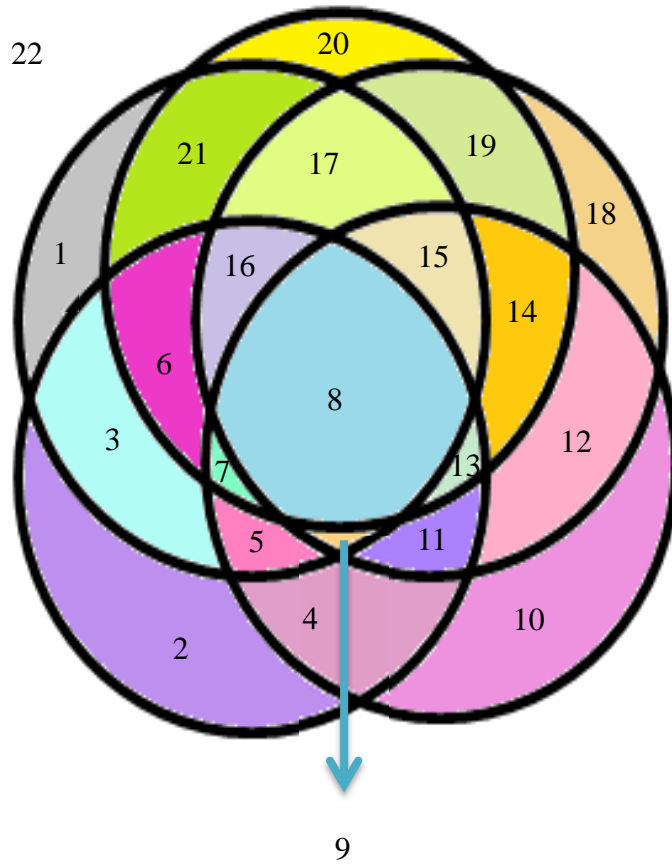
圖三

【問題一】

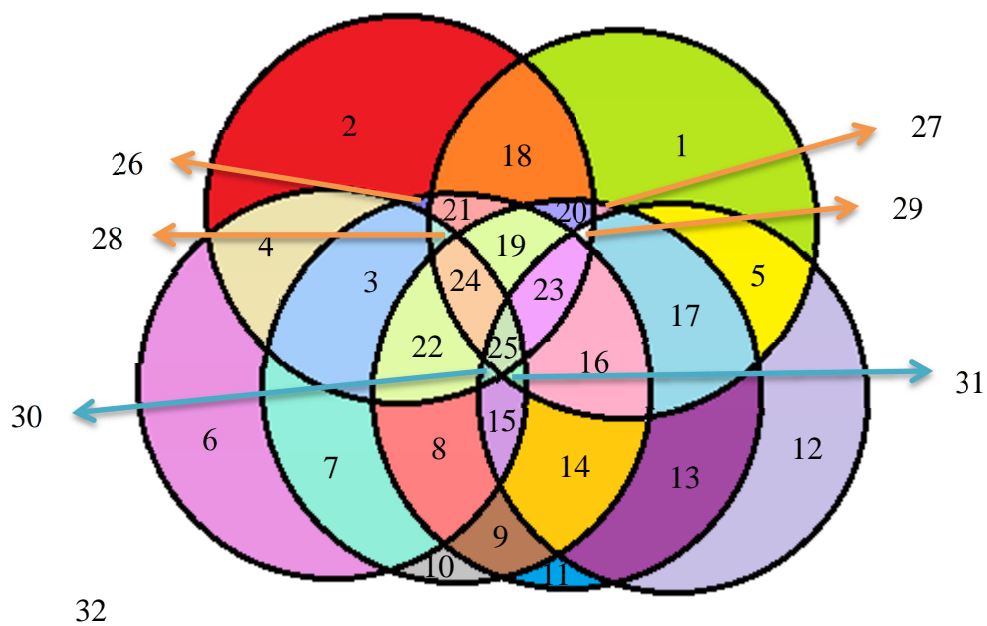
四個圓最多可以把平面分成幾個區域？(14)，請畫圖標示出區域。(1★)



五個圓最多可以把平面分成幾個區域？(22)，請畫圖標示出區域。(1★)



六個圓最多可以把平面分成幾個區域？(32)，請畫圖標示出區域。(2★)



【問題二】

10 個圓最多可以把平面分成幾個區域？（ 92 ），請寫出你的計算方式，不用畫圖。（2★）

$$\begin{aligned} & N^2 - N + 2 \\ &= 10^2 - 10 + 2 \\ &= 100 - 10 + 2 \\ &= 90 + 2 \\ &= 92 \end{aligned}$$

答: 10 個圓最多可以分割成 92 個區域

【問題三】 完成下列表格（2★），並計算出 N 個圓，最多可以將一個圓切割成多少部分？（2★）

圓數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
切割區域	2	4	8	14	22	32	44	58	74	92
圓數	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
切割區域	112	134	158	184	212	242	274	308	344	382

如上表：

N (圓的數量)	最多可切割 的區域數		
1	2	$N+1+0$ 紅色數字可看成	$0^2=(N-1)^2$
2	4	$N+1+1$	$1^2=(N-1)^2$
3	8	$N+1+4$	$2^2=(N-1)^2$
4	14	$N+1+9$	$3^2=(N-1)^2$
5	22	$N+1+16$	$4^2=(N-1)^2$
6	32	$N+1+25$	$5^2=(N-1)^2$
•	•	依	
•	•	此	
•	•	類	
•	•	推	
•	•		
N	?	$N+1+(N-1)^2$	

為什麼會想到以 $N+1$ 為基本量，進而推出再加 $(N-1)^2$ 呢？

因為圓可以分成的區域，基本上就是圓本身形成的區域，無論多少個圓堆在一起，都還要再加上圓外一定有一個區域。進而發現再加上 $(N-1)^2$ 的規律性，由此推出 N 個圓最多可分割區域數的公式：

$$\begin{aligned} & N + 1 + (N - 1)^2 \\ = & N + 1 + N^2 - 2N + 1 \\ = & N^2 - N + 2 \end{aligned}$$

答： N 個圓最多可以分割成 N^2-N+2 個區域。



截止日期：102 年 5 月 10 日(星期五)下午 16：00