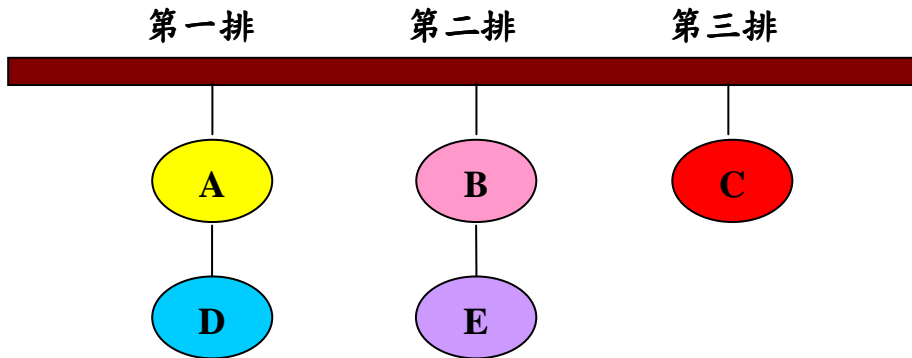


百發百中

如下圖，有一個射氣球遊戲，在牆上掛了 **A、B、C、D、E** 5 個氣球。遊戲者必須從每一排的底部(最底下的氣球)開始射擊，5 個氣球均射中才算過關，但不一定要先射哪一排。請問：共有多少種不同的射擊方式？



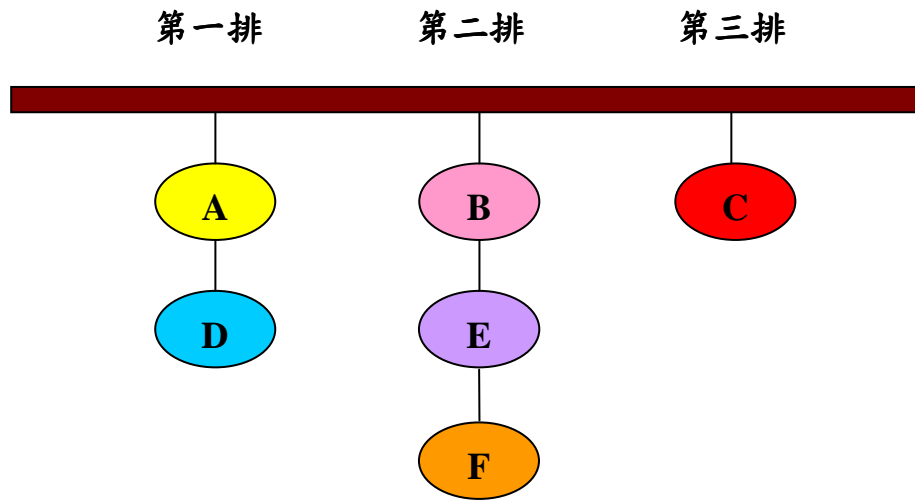
例：**D → E → A → B → C**：正確射法。
D → A → B → E → C：錯誤射法。

【問題一】：請列出所有可能的射擊方式。(3★)

【解答】：射擊方式共 30 種。

1	D → E → A → B → C	16	E → D → B → C → A
2	D → E → A → C → B	17	E → D → C → A → B
3	D → E → B → A → C	18	E → D → C → B → A
4	D → E → B → C → A	19	E → C → D → B → A
5	D → E → C → A → B	20	E → C → D → A → B
6	D → E → C → B → A	21	E → C → B → D → A
7	D → C → E → A → B	22	E → B → D → A → C
8	D → C → E → B → A	23	E → B → C → D → A
9	D → C → A → E → B	24	E → B → C → D → A
10	D → A → E → B → C	25	C → D → A → E → B
11	D → A → E → C → B	26	C → D → E → A → B
12	D → A → C → E → B	27	C → D → E → B → A
13	E → D → A → B → C	28	C → E → D → A → B
14	E → D → A → C → B	29	C → E → D → B → A
15	E → D → B → A → C	30	C → E → B → D → A

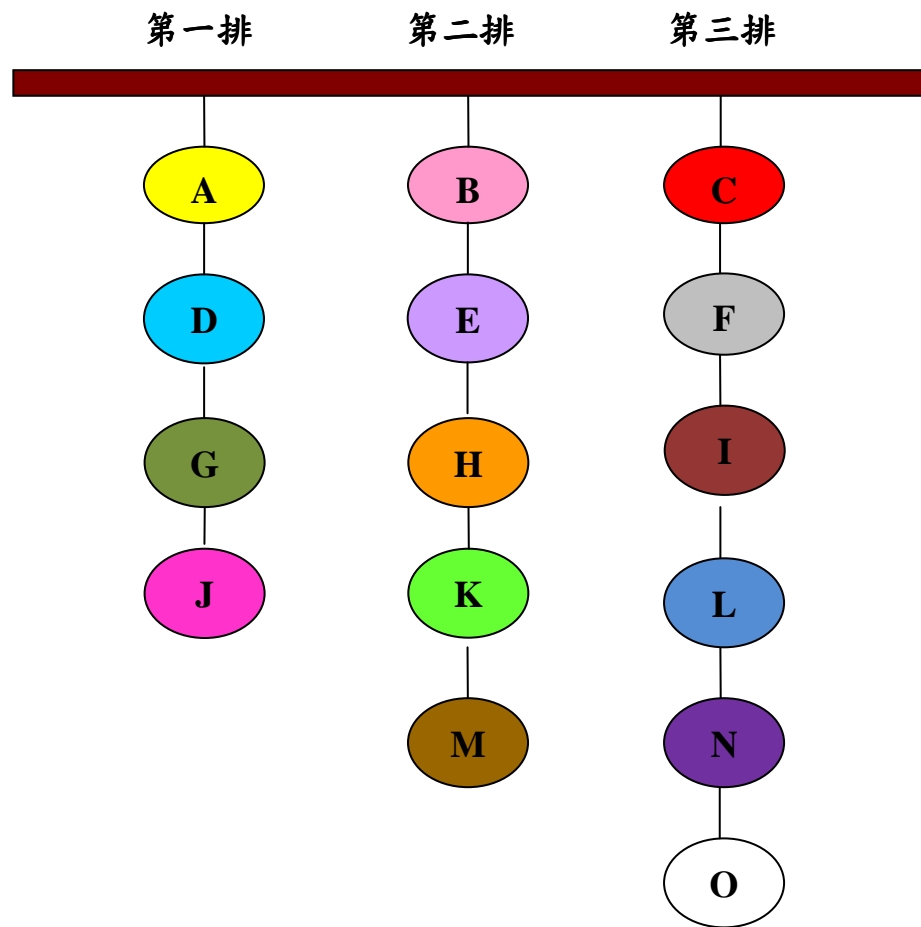
【問題二】 如果現在第一排 2 顆氣球，第二排 3 顆氣球，第三排 1 顆氣球，則共有幾種不同的射擊方式(請列出所有射擊方式)? (3★)



【解 答】：射擊方式共 **60** 種。

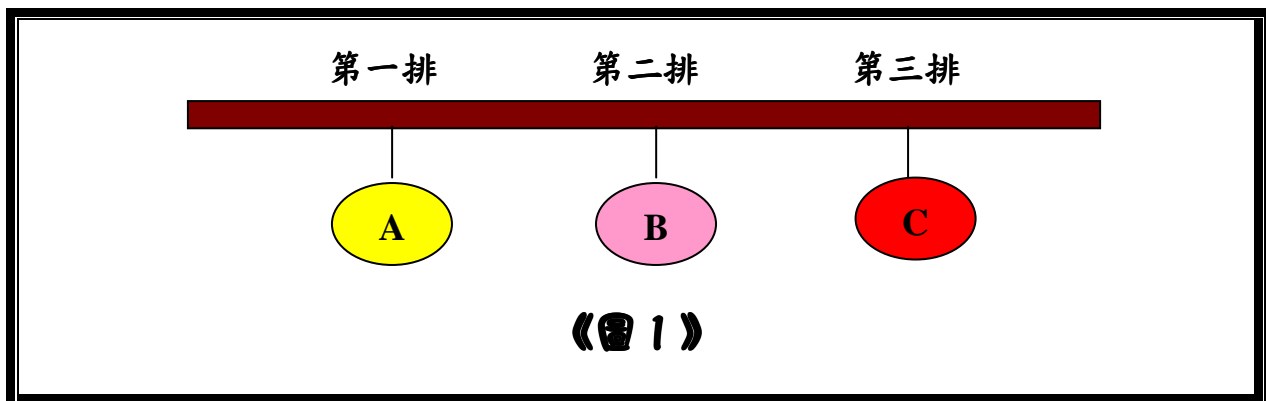
1	CDAFEB	21	DFAECB	41	FDCAEB
2	CDFAEB	22	DFCAEB	42	FDCEAB
3	CDFEAB	23	DFCEAB	43	FDEABC
4	CDFEBA	24	DFCEBA	44	FDEACB
5	CFDAEB	25	DFEABC	45	FDEBAC
6	CFDEAB	26	DFEACB	46	FDEBCA
7	CFDEBA	27	DFEBAC	47	FDECAB
8	CFEBDA	28	DFEBCA	48	FDECBA
9	CFEDAB	29	DFECAB	49	FEBCDA
10	CFEDBA	30	DFECBA	50	FEBDAC
11	DACFEB	31	FCDAEB	51	FEBDCA
12	DAFCEB	32	FCDEAB	52	FECBDA
13	DAFEBC	33	FCDEBA	53	FECDAB
14	DAFECB	34	FCEBDA	54	FECDBA
15	DCAFEB	35	FCEDAB	55	FEDACB
16	DCFAEB	36	FCEDBA	56	FEDBAC
17	DCFEAB	37	FDACEB	57	FEDBCA
18	DCFEBA	38	FDAEBC	58	FEDCBA
19	DFACEB	39	FDAECB	59	FEDABC
20	DFAEBC	40	FDCAED	60	FEDCAB

【問題三】如果現在第一排 4 顆氣球，第二排 5 顆氣球，第三排 6 顆氣球，則共有幾種不同的射擊方式(請寫出你的想法及計算方法，不用列出所有射擊方式)? (4★)



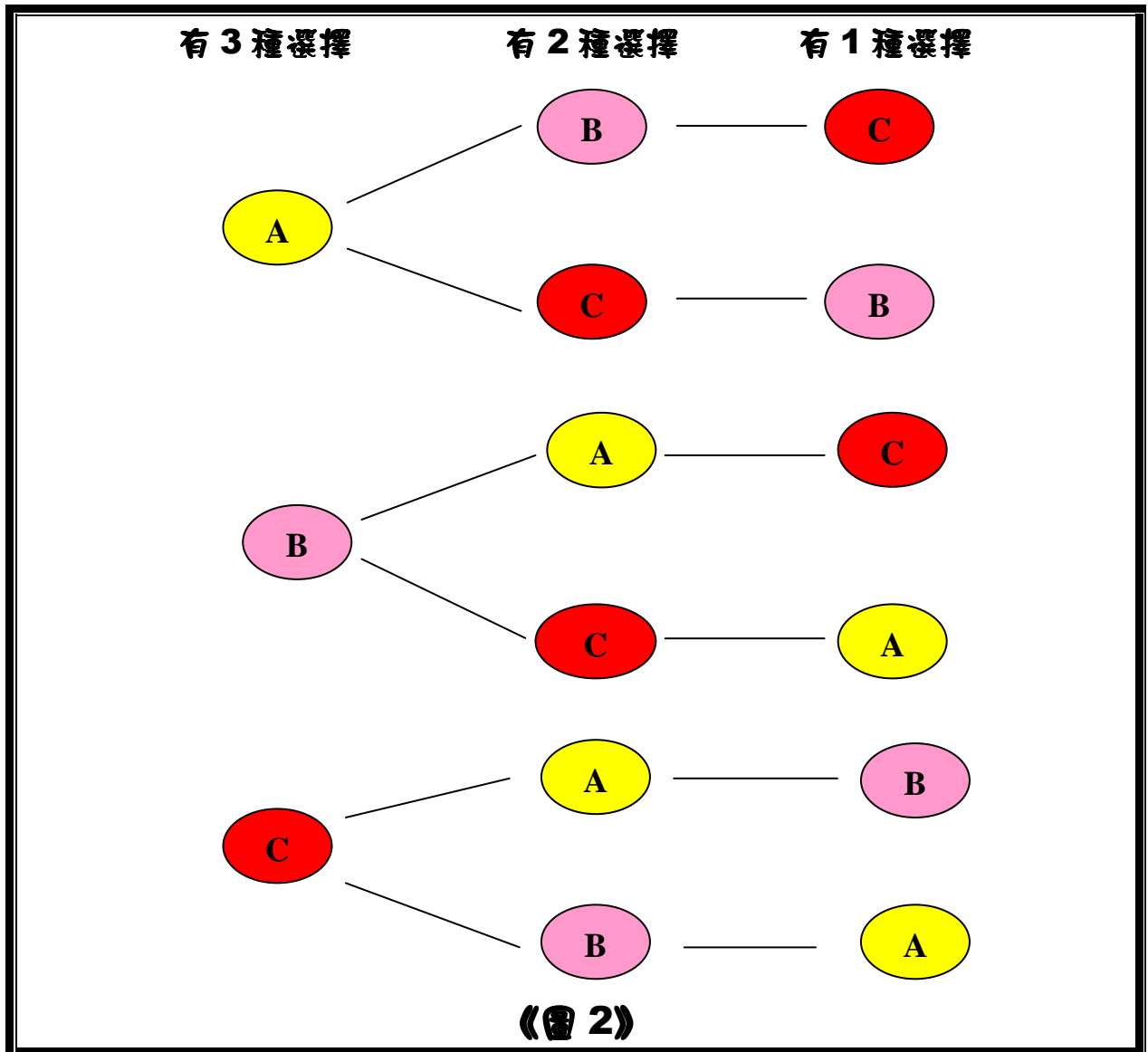
【解答】:

1. 先以三排每一排只有 1 顆球 (A、B、C) 為例 《圖 1》:



要排列出 《圖 1》 可能的射擊方式，可以先將它變成 《圖 2》 的圖

形：

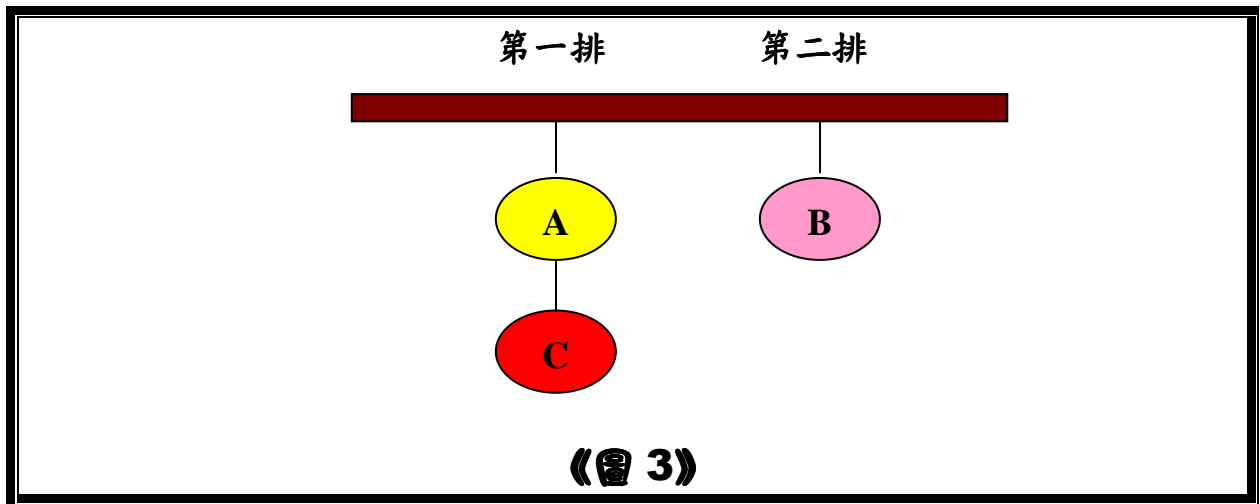


因此，可能的射擊方式有下列 6 種：

1	A B C	4	B C A
2	A C B	5	C A B
3	B A C	6	C B A

所以就可以得出算式，即 $3 \times 2 \times 1$ ($3 \times 2 \times 1 = 6$)，因為一共有 3 顆氣球。

2.再以二排第一排 2 顆球，第二排 1 顆球為例《圖 3》：



《圖 3》雖然也是相同的算式，但 C 和 A 卻被限制住了。C 一定要在 A 的前面，於是算式成為：

$$(3 \times 2 \times 1) \div (2 \times 1) \dots\dots\dots ((2 \times 1) \text{則為被限制的 A 和 C})$$

$$= 6 \div 2$$

$$= 3$$

所以《圖 3》的射擊方式有下列 3 種：

1	C A B
2	C B A
3	B C A

再以【問題二】為例：共有 6 顆氣球，所有排列組合共有 720 種，算式為： $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

但(D、A)與(F、E、B)被限制先後順序，所以算式變為：

$$(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div ((1 \times 2) \times (1 \times 2 \times 3)) - ((D、A) \text{與}(F、E、B) \text{被限制})$$

$$= 720 \div 12$$

$$= 60$$

所以【第二題】只有 60 種射擊方法。

3. 【問題三】共有 15 顆球，但其中第一排的 4 顆球、第二排的 5 顆球及第三排的 6 顆球排列被限制，所以它的射擊方式共有 630,630 種。

算式為：

$$\begin{aligned} & (15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ & \div ((1 \times 2 \times 3 \times 4) \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5) \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6)) \\ & = 1,307,674,368,000 \div (24 \times 120 \times 720) \\ & = 1,307,674,368,000 \div (2,880 \times 720) \\ & = 1,307,674,368,000 \div 2,073,600 \\ & = 630,630 \end{aligned}$$