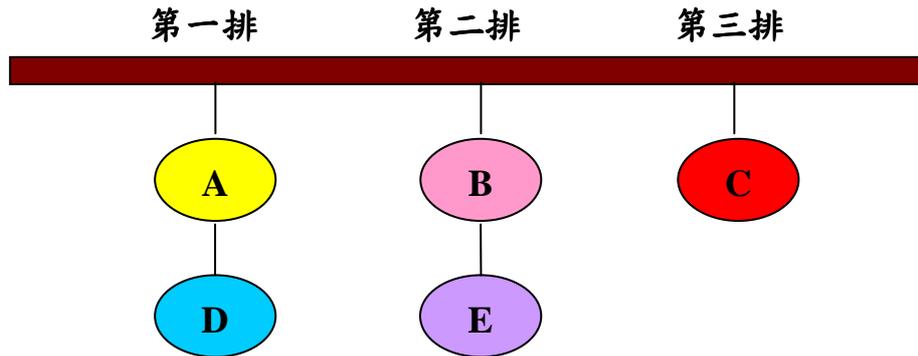


## 百發百中

如下圖，有一個射氣球遊戲，在牆上掛了 **A、B、C、D、E** 5 個氣球。遊戲者必須從每一排的底部(最底下的氣球)開始射擊，5 個氣球均射中才算過關，但不一定要先射哪一排。請問：共有多少種不同的射擊方式？



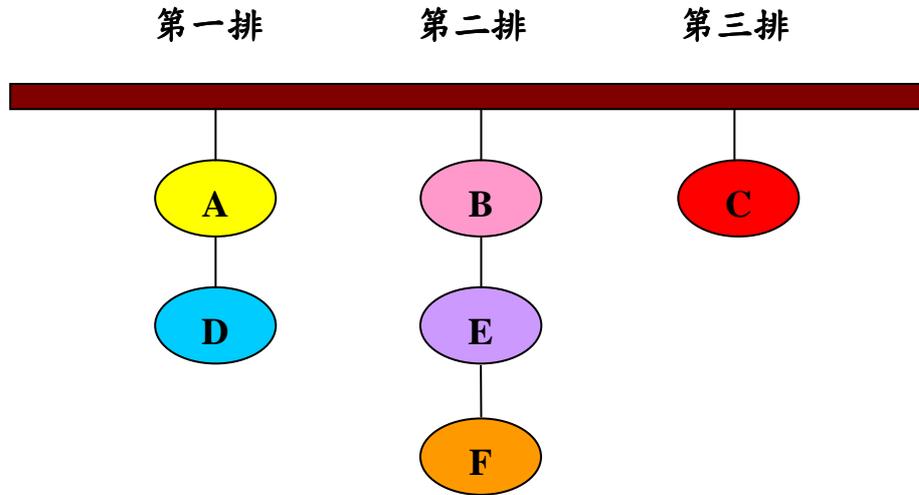
例：**D → E → A → B → C**：正確射法。  
**D → A → B → E → C**：錯誤射法。

【問題一】：請列出所有可能的射擊方式。(3★)

【解答】：射擊方式共 30 種。

1	<b>D → E → A → B → C</b>	16	<b>E → D → B → C → A</b>
2	<b>D → E → A → C → B</b>	17	<b>E → D → C → A → B</b>
3	<b>D → E → B → A → C</b>	18	<b>E → D → C → B → A</b>
4	<b>D → E → B → C → A</b>	19	<b>E → C → D → B → A</b>
5	<b>D → E → C → A → B</b>	20	<b>E → C → D → A → B</b>
6	<b>D → E → C → B → A</b>	21	<b>E → C → B → D → A</b>
7	<b>D → C → E → A → B</b>	22	<b>E → B → D → A → C</b>
8	<b>D → C → E → B → A</b>	23	<b>E → B → C → D → A</b>
9	<b>D → C → A → E → B</b>	24	<b>E → B → C → D → A</b>
10	<b>D → A → E → B → C</b>	25	<b>C → D → A → E → B</b>
11	<b>D → A → E → C → B</b>	26	<b>C → D → E → A → B</b>
12	<b>D → A → C → E → B</b>	27	<b>C → D → E → B → A</b>
13	<b>E → D → A → B → C</b>	28	<b>C → E → D → A → B</b>
14	<b>E → D → A → C → B</b>	29	<b>C → E → D → B → A</b>
15	<b>E → D → B → A → C</b>	30	<b>C → E → B → D → A</b>

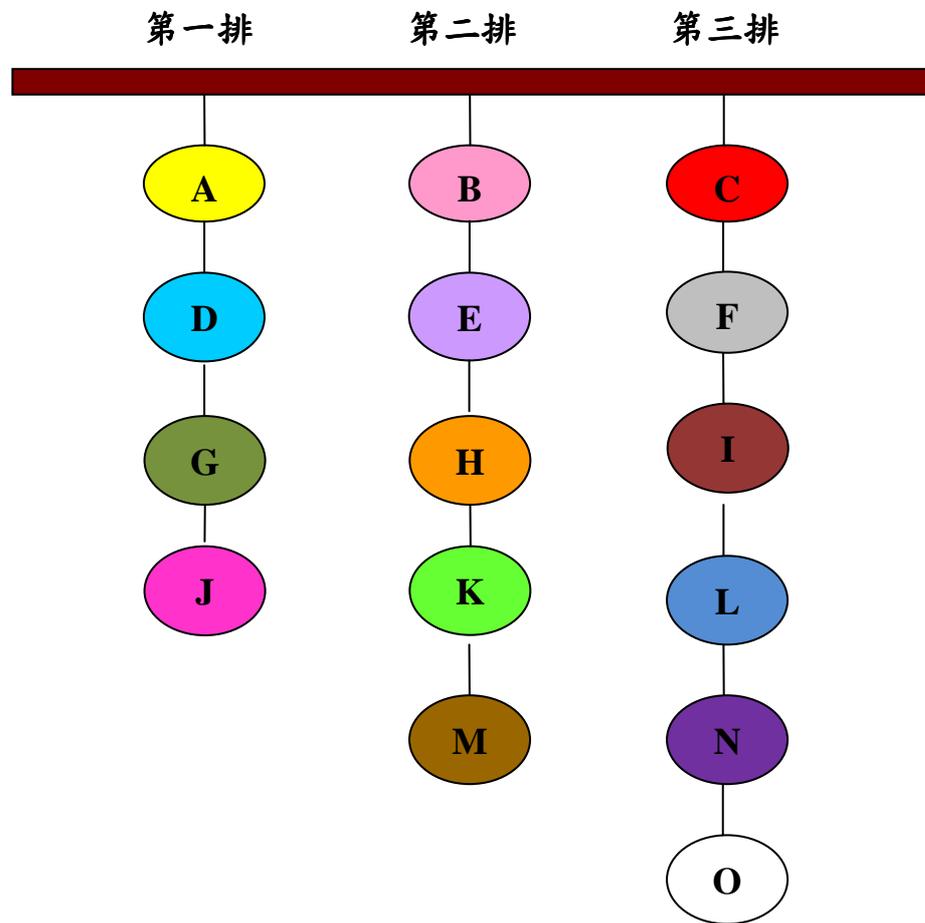
**【問題二】** 如果現在第一排 **2** 顆氣球，第二排 **3** 顆氣球，第三排 **1** 顆氣球，則共有幾種不同的射擊方式(請列出所有射擊方式)? **(3★)**



**【解 答】**：射擊方式共 **60** 種。

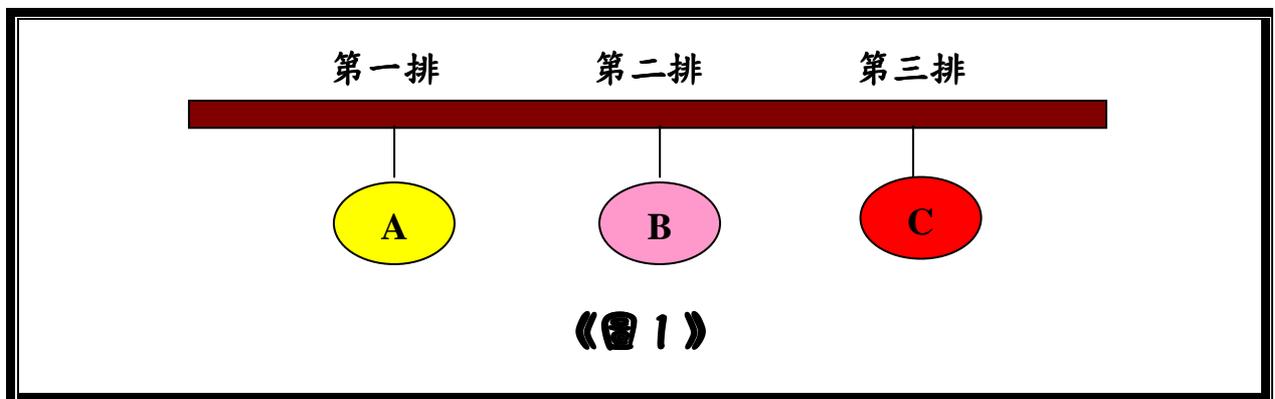
<b>1</b>	<b>CDAFEB</b>	<b>21</b>	<b>DFAECB</b>	<b>41</b>	<b>FDCAEB</b>
<b>2</b>	<b>CDFAEB</b>	<b>22</b>	<b>DFCAEB</b>	<b>42</b>	<b>FDCEAB</b>
<b>3</b>	<b>CDFEAB</b>	<b>23</b>	<b>DFCEAB</b>	<b>43</b>	<b>FDEABC</b>
<b>4</b>	<b>CDFEBA</b>	<b>24</b>	<b>DFCEBA</b>	<b>44</b>	<b>FDEACB</b>
<b>5</b>	<b>CFDAEB</b>	<b>25</b>	<b>DFEABC</b>	<b>45</b>	<b>FDEBAC</b>
<b>6</b>	<b>CFDEAB</b>	<b>26</b>	<b>DFEACB</b>	<b>46</b>	<b>FDEBCA</b>
<b>7</b>	<b>CFDEBA</b>	<b>27</b>	<b>DFEBAC</b>	<b>47</b>	<b>FDECAB</b>
<b>8</b>	<b>CFEBDA</b>	<b>28</b>	<b>DFEBCA</b>	<b>48</b>	<b>FDECBA</b>
<b>9</b>	<b>CFEDAB</b>	<b>29</b>	<b>DFECAB</b>	<b>49</b>	<b>FEBCDA</b>
<b>10</b>	<b>CFEDBA</b>	<b>30</b>	<b>DFECBA</b>	<b>50</b>	<b>FEBDAC</b>
<b>11</b>	<b>DACFEB</b>	<b>31</b>	<b>FCDAEB</b>	<b>51</b>	<b>FEBDCA</b>
<b>12</b>	<b>DAFCEB</b>	<b>32</b>	<b>FCDEAB</b>	<b>52</b>	<b>FECBDA</b>
<b>13</b>	<b>DAFEBC</b>	<b>33</b>	<b>FCDEBA</b>	<b>53</b>	<b>FECDAB</b>
<b>14</b>	<b>DAFECB</b>	<b>34</b>	<b>FCEBDA</b>	<b>54</b>	<b>FECDBA</b>
<b>15</b>	<b>DCAFEB</b>	<b>35</b>	<b>FCEDAB</b>	<b>55</b>	<b>FEDACB</b>
<b>16</b>	<b>DCFAEB</b>	<b>36</b>	<b>FCEDBA</b>	<b>56</b>	<b>FEDBAC</b>
<b>17</b>	<b>DCFEAB</b>	<b>37</b>	<b>FDACEB</b>	<b>57</b>	<b>FEDBCA</b>
<b>18</b>	<b>DCFEBA</b>	<b>38</b>	<b>FDAEBC</b>	<b>58</b>	<b>FEDCBA</b>
<b>19</b>	<b>DFACEB</b>	<b>39</b>	<b>FDAECB</b>	<b>59</b>	<b>FEDABC</b>
<b>20</b>	<b>DFAEBC</b>	<b>40</b>	<b>FDCAED</b>	<b>60</b>	<b>FEDCAB</b>

【問題三】如果現在第一排 4 顆氣球，第二排 5 顆氣球，第三排 6 顆氣球，則共有幾種不同的射擊方式(請寫出你的想法及計算方法，不用列出所有射擊方式)? (4★)



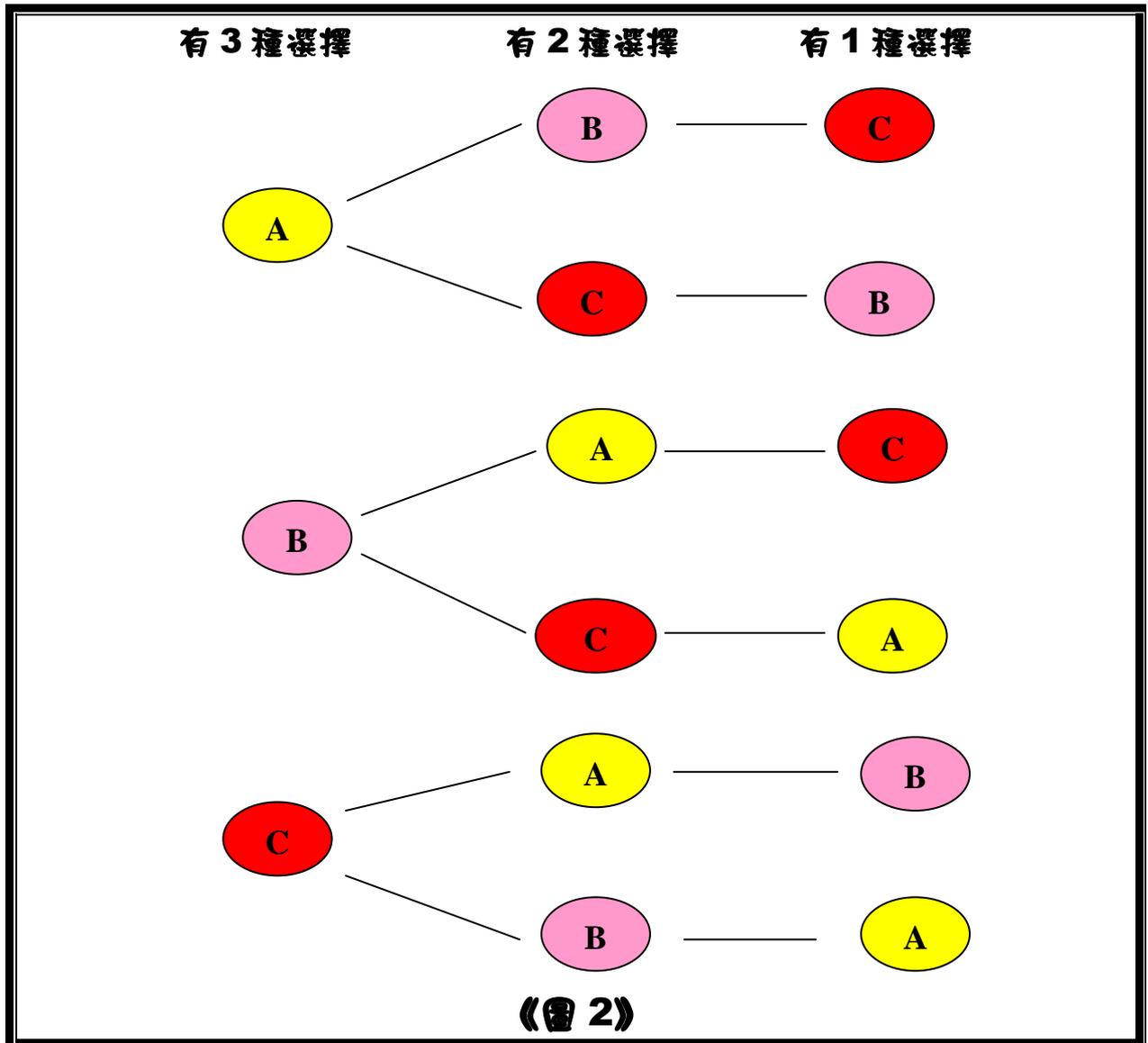
【解答】:

1. 先以三排每一排只有 1 顆球 (A、B、C) 為例《圖 1》:



要排列出《圖 1》可能的射擊方式，可以先將它變成《圖 2》的圖

形：

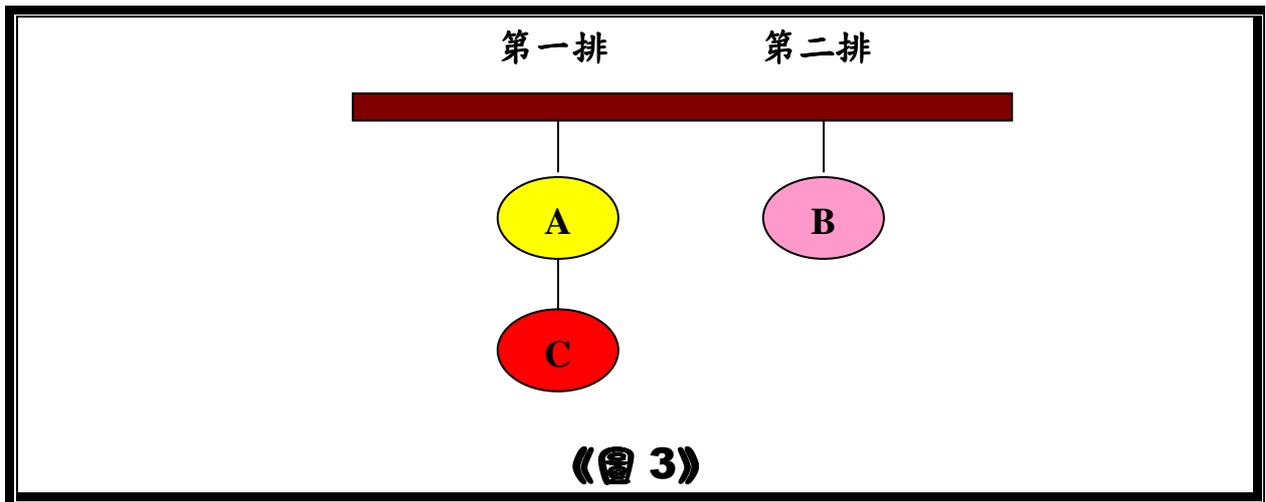


因此，可能的射擊方式有下列 6 種：

1	A B C	4	B C A
2	A C B	5	C A B
3	B A C	6	C B A

所以就可以得出算式，即  $3 \times 2 \times 1$  ( $3 \times 2 \times 1 = 6$ )，因為一共有 3 顆氣球。

2.再以二排第一排 2 顆球，第二排 1 顆球為例《圖 3》：



《圖 3》雖然也是相同的算式，但 C 和 A 卻被限制住了。C 一定要在 A 的前面，於是算式成為：

$$(3 \times 2 \times 1) \div (2 \times 1) \dots\dots\dots ((2 \times 1) \text{則為被限制的 A 和 C})$$

$$= 6 \div 2$$

$$= 3$$

所以《圖 3》的射擊方式有下列 3 種：

1	C A B
2	C B A
3	B C A

再以【問題二】為例：共有 6 顆氣球，所有排列組合共有 720 種，算式為： $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

但(D、A)與(F、E、B)被限制先後順序，所以算式變為：

$$(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \div ((1 \times 2) \times (1 \times 2 \times 3)) - ((D、A) \text{與}(F、E、B) \text{被限制})$$

$$= 720 \div 12$$

$$= 60$$

所以【第二題】只有 60 種射擊方法。

3.【問題三】共有 15 顆球，但其中第一排的 4 顆球、第二排的 5 顆球及第三排的 6 顆球排列被限制，所以它的射擊方式共有 630,630 種。

算式為：

$$\begin{aligned} & (15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ & \div ((1 \times 2 \times 3 \times 4) \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5) \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6)) \\ & = 1,307,674,368,000 \div (24 \times 120 \times 720) \\ & = 1,307,674,368,000 \div (2,880 \times 720) \\ & = 1,307,674,368,000 \div 2,073,600 \\ & = 630,630 \end{aligned}$$