

金幣迷

【說明】桌上共有 12 枚金幣，其中有 1 個金幣是偽幣，但是我們並不知道偽幣比真幣輕，還是重？現在請你使用天平把這個偽幣找出來。請你把所有的狀況完整的記錄下來。

(可使用圖示配合文字)

【問題一】：如果不考慮運氣的話，最少需要秤幾次，才能找出偽幣(3★)?

答:3 次

第一秤

我們將十二顆金幣分成三組，每組四顆，並挑其中兩組上天平。

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
=====



此時天平可能左傾、右傾或不動，
我們將下傾邊的金幣以 ● 表示
上傾邊的金幣以 ○ 表示
正常的金幣以 ⊕ 表示
未知的金幣以 ⊙ 表示



第二秤

☆ (當一秤中發生左右傾斜時)

請按照下列排列方式來秤金幣，這是最重要的一步！

1 2 3 4 5 6
○ ● ● ○ ● ●
=====



若左傾，表示 23 中有一重金幣，或 4 為輕金幣。

若右傾，表示 56 中有一重金幣，或 1 為輕金幣。

若不動，表示一秤中另兩顆「上傾邊的金幣 ○」是問題金幣。

第三秤

☆ (當二秤中左傾時)

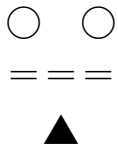


若左傾，解出左邊金幣為重金幣。
 若右傾，解出右邊金幣為重金幣。
 若不動，解出二秤中的 4 為輕金幣。



☆ (當二秤中右傾時) 參考上解，略。

☆ (當二秤中不動時)



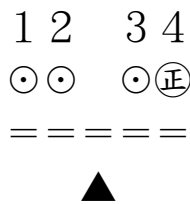
此時解出上傾那邊的金幣就是輕金幣。



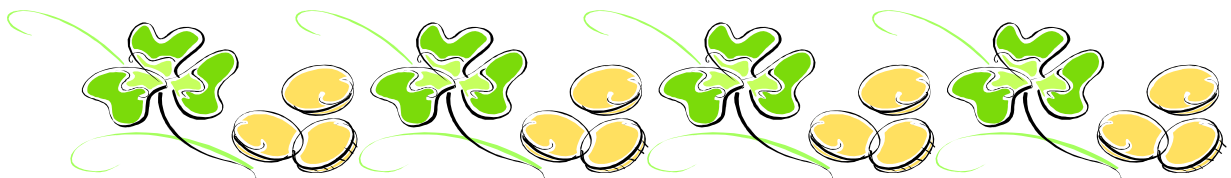
第二秤 B

☆ (當一秤中天平不動時)

請按照下列排列方式來秤金幣：



若左傾，表示 1 2 中有一重金幣，或 3 為輕金幣。
 若右傾，表示 1 2 中有一輕金幣，或 3 為重金幣。
 若不動，表示沒用到的那顆未知金幣 ⊙ 是問題金幣。



【問題二】：如果現在金幣有 60 枚，在不考慮運氣的前提下，最少需要秤幾次，才能找出偽幣(3★)？

答：5 次

金幣數	3	4	5	6	7	8	9	10	11
最少次數	2	2	3	3	3	3	3	3	3
金幣數	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	3	3	4	4	4	4	4	4	4
金幣數	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	4	4	4	4	4	4	4	4	4
金幣數	30	31	32	33	34	35	36	37	38
	4	4	4	4	4	4	4	4	4
金幣數	39	40	41	42	43	44	45	46	47
	4	4	5	5	5	5	5	5	5
金幣數	48	49	50	51	52	53	54	55	56
	5	5	5	5	5	5	5	5	5
金幣數	57	58	59	60	61	62	63	64	65
	5	5	5	5	5	5	5	5	5

【問題三】：如果現在金幣有 N 枚，在不考慮運氣的前提下，最少需要秤幾次，才能找出偽幣(4★)？

答： $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{P-1} < N \leq 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^P$

$$= (3^P - 1) / 2 < N \leq (3^{P+1} - 1) / 2$$

共需要秤 P+1 次。

