



## 【問題二】簡化問題

先把正方形分類，共可歸納成下列三種不形式的正方形。

形式一：正置的正方形      形式二：斜置的正方形      形式三：偏置的正方形

一. 正置的正方形的個數及算法

邊長為 1 公分時，其個數為 1， 邊長為 2 公分時，其個數為 2 邊長為 3 公分時，其個數為 3， 若邊長為  $N$  個點時，其個數為  $(N-1)$

二. 斜置的正方形的個數及算法

邊長為 1 公分時，其個數為 0 邊長為 2 公分時，其個數為 1 邊長為 3 公分時，其個數為 1 邊長為 4 公分時，其個數為 2

若邊長為  $N$  個點時，其個數為多少？(  $N=$ 奇數， $N\div 2$  )  $N=$ 偶數， $(N+1)\div 2$

三. 偏置的正方形的個數及算法

邊長為 1 公分時，其個數為 0， 邊長為 2 公分時，其個數為 0， 邊長為 3 公分時，其個數為 1， 邊長為 4 公分時，其個數為 2

若邊長為  $N$  個點時，其個數為

$N=$ 奇數， $(N-1)\times(N-3)/4$ ；  $N=$ 偶數， $(N-2)^2/4$

❖ 如果每邊為 10 個點，那麼總共可以畫出多少種不同面積的正方形呢？

	正置	斜置	偏置 1	偏置 2	偏置 3	偏置 4	加總
2	1	0	0	0	0	0	1
3	2	1	0	0	0	0	3
4	3	1	1	0	0	0	5
5	4	2	2	0	0	0	8
6	5	2	3	1	0	0	11
7	6	3	4	2	0	0	15
8	7	3	5	3	1	0	19
9	8	4	6	4	2	0	24
10	9	4	7	5	3	1	29
11	10	5	8	6	4	2	35

所以每邊 10 個點的正方形總數為 29 個

## 【問題三解答】

如果每邊有  $n$  個點時一般化公式如下

1. 若  $N$  為偶數時

$$\left[ \frac{(N-1) + (N-2)/2 + (N-2)^2/4}{1} \right]$$

2. 若  $N$  為奇數時

$$\left[ \frac{(N-1) + (N-1)/2 + (N-1)\times(N-3)/4}{1} \right]$$

