

高愛迪斯~【112/03 第 53 期數學】 資優班 3 年級 姓名：岳群
夾心數字

問題一：41312432，此組為使用消去法測出來的，只有一組可能(含鏡像)。

問題二：無法成功，測試方式為消去法，說明如下：

1) 5 可放的位置有下列兩種：

A. 5□□□□□5□□□，或是□□□5□□□□□5，因為兩者呈現鏡像；

接著討論 4 的位置：

a. 先找出不能放 4 的位置：5 甲□□□乙5□□□，甲如果放 4，另一個 4 會重疊到 5，所以甲不能放 4；乙如果放 4，另一個 4 沒有位置，所以乙不能放 4；所以 4 有三種可能：

◇ 5□4□□□54□□，先找出不能放 3 的位置：

5□4丙□□54□□，丙如果放 3，另一個 3 會重疊到 4，所以 3 有三種可能：

➤ 534□□354□□，此時 2 和 1 無解。

➤ 5□4□3□543□，此時 2 和 1 無解。

➤ 5□4□□354□3，此時 2 和 1 無解。

◇ 5□□4□□5□4□，先找出不能放 3 的位置：

5□丁4戊□5己4□，丁如果放 3，另一個 3 會重疊到 5；

戊如果放 3，另一個 3 會重疊到 4；

己如果放 3，另一個 3 沒有位置；

所以 3 有兩種可能：

➤ 53□4□35□4□，此時 2 和 1 無解。

➤ 5□□4□35□43，此時 2 和 1 無解。

◇ 5□□□4□5□□4，先找出不能放 3 的位置：

5□庚□4辛5□壬4，庚如果放 3，另一個 3 會重疊到 5；

辛如果放 3，另一個 3 會重疊到 4；

壬如果放 3，另一個 3 沒有位置；

所以 3 有兩種可能：

➤ 53□□435□□4，此時 2 和 1 無解。

➤ 5□□34□53□4，此時 2 和 1 無解。

到此測試完畢 5□□□□□5□□□，或是□□□5□□□□□5 無解。

B. □5□□□□□5□□，或是□□5□□□□□5□，因為兩者呈現鏡像。

接著討論 4 的位置：

a. 先找出不能放 4 的位置：□5 甲□□□乙5□□，甲如果放 4，另一個 4 會重疊到 5，所以甲不能放 4；乙如果放 4，另一個 4 沒有位置，所以乙不能放 4；所以 4 有三種可能：

◇ 4 5 □ □ □ 4 □ 5 □ □，先找出不能放 3 的位置：
4 5 □ 丙 □ 4 □ 5 □ 丁，丙如果放 3，另一個 3 會重疊到 5，
丁如果放 3，另一個 3 沒有位置，
所以 3 有三種可能：

➤ 4 5 3 □ □ 4 3 5 □ □，此時 2 和 1 無解。

➤ 4 5 □ □ 3 4 □ 5 3 □，此時 2 和 1 無解。

◇ □ 5 □ 4 □ □ □ 5 4 □，先找出不能放 3 的位置：

□ 5 □ 4 戊 □ □ 5 4 □，戊如果放 3，另一個 3 會重疊到 4；

所以 3 有兩種可能：

➤ 3 5 □ 4 3 □ □ 5 4 □，此時 2 和 1 無解。

➤ □ 5 3 4 □ □ □ 3 5 4 □，此時 2 和 1 無解。

➤ □ 5 □ 4 □ 3 □ 5 4 3，此時 2 和 1 無解。

◇ □ 5 □ □ 4 □ □ 5 □ 4，先找出不能放 3 的位置：

己 5 □ 庚 4 辛 □ 5 壬 4，己如果放 3，另一個 3 會重疊到 4；

庚如果放 5，另一個 3 會重疊到 4；

辛如果放 3，另一個 3 會重疊到 4；

壬如果放 3，另一個 3 沒有位置；

所以 3 只有一種可能：

➤ □ 5 3 □ 4 □ 3 5 □ 4，此時 2 和 1 無解。

到此測試完畢 □ 5 □ □ □ □ □ 5 □ □，或是 □ □ 5 □ □ □ □ □ 5 □ 無解。

2) 根據 A. 和 B. 的測試，1-5 無法排出夾心數字。

問題三：無法成功，使用與問題二相同的方法測試過無解。測試結果詳附件一。

問題四：67242356437151、73625324765141、72462354736151，此三組夾心數字為使用消去法測出來的，不確定共有幾組可能。測試結果詳附件四。

問題五：8642752468357131，此組夾心數字為使用消去法測出來的，不確定共有幾組可能。

問題六：無法成功，原因：

1) 以消去法測試 100 次以上還沒有找出答案；測試過程詳附件二。

2) 以問題八規律 B 測試，也找不出答案。

問題七：無法成功，原因：

1) 以問題八規律 C 測試，找不出答案。

2) 數字量太大，不採用消去法測試。

問題八：

1) 數字排列的技巧：

- A. 最一開始是使用方格紙，用鉛筆寫下每一種可能；後來嘗試使用樂高積木做出 $1\square 1$ 、 $2\square\square 2$ 、 $3\square\square\square 3$ 、 $4\square\square\square\square 4$... 的積木組合來模擬夾心數字。
- B. 定從大的數字開始排，嘗試每一個位置並且記錄，可以節省時間，比較不會排出重覆的組合；因為預期會有很多可能，所以使用 excel 來記錄。
- C. 有使用過 CHATGPT 來計算，但 AI 聽不懂我們的指令故放棄。
- D. 因為是用數字排列，原本想用 10 的 $1\sim N$ 次方設算多元一次聯立方程式來解題，但因為會有超過 2 位數以上的數字，故這個方法不適合。

2) 特殊的限制：

- A. 任意一數字 N ，右邊的數字，不能是 $N-1$ ；右邊第二個的數字，不能是 $N-2$ 。例如使用 $1\sim 8$ 的數字時，若數字排列是 $8 A B C D E F G H 8$ ，則 A 不能等於 7 ， B 不能等於 6 ， C 不能等於 5 ，以此類推。同理 N 的左邊不能是 $N+1$ 。
- B. 未排入的數字小於已排入的連續個數時，若左右是奇數就等於無解。
例如： $\square\square\square X X X X \square\square\square$ (X 表已排入的數字)，而剩下 3 以下的數字未排入，則無解。

3) 有無規律：

- A. $1、2$ 沒有夾心數字， $3、4$ 有夾心數字， $5、6$ 沒有夾心數字， $7、8$ 有夾心數字，推測 $9、10$ 沒有夾心數字， $11、12、15、16$ 有夾心數字，故推測 $13、14$ 也沒有夾心數字；規律為：
 - a. 當 N 除以 4，若為整除時，夾心數字有解。
 - b. 當 N 除以 4，餘數為 3 時，夾心數字有解。
 - c. 當 N 除以 4，餘數為 2 時，夾心數字無解。
 - d. 當 N 除以 4，餘數為 1 時，夾心數字無解。
- B. 使用 $N=3、4、7、11、15$ 時排出的夾心數字一起觀察時：
 - a. 最大數字(橘色格)，固定右邊的數在同一個位置，向左排列；
 - b. 第二、三大數字(桃紅和藍色格)，一樣固定右邊的數在同一個位置，會緊排在前一個數的右邊，向左排列；
 - c. 第四大的數字(綠色格)，一樣固定右邊的數在同一個位置，但會間隔一格再排列，向左排列；
 - d. N 除以 4，餘數為 3 時，使用這種規律，可以很快的找出夾心數字。
 - e. 回測當 N 除以 4，餘數為 1 時(即 N 為單數)，使用這種規律，找不出夾心數字。
- C. 使用 $N=8、12、16$ 時排出的夾心數字一起觀察時：
 - a. 最左邊為 $N-1$ (橘色格)，次一格為 $N-2$ ，再次一格為 $N-4$ ，再次一格為 $N-6$ ，

即前四格固定為 N 、 $N-2$ 、 $N-4$ 、 $N-6$ ，這是第一部分；

- b. 當 $N=8$ 時，沒有辦法排 $N-8$ ，所以 $N-6$ 後方會接著 $N-1$ ，再次一格為 $N-3$ ；當 $N=12$ 、 16 時，可以排 $N-8$ ，所以 $N-6$ 後方會接著 $N-8$ ，再次一格接 $N-1$ ，再次一格為 $N-5$ ；再次一格為 $N-7$ ；這是第二部分
- c. 第四大的數字(綠色格)，一樣固定右邊的數在同一個位置，但會間隔一格再排列，向左排列；
- d. N 除以 4 為整除時，使用這種規律，可以很快的找出夾心數字。
- e. 回測當 N 除以 4，餘數為 2 時(即 N 為偶數)，使用這種規律，找不出夾心數字。

D. B 和 C 的觀察結果，詳附件四。

問題九：

1) 使用 1-11 排列：

11, 3, 10, 5, 9, 3, 4, 8, 6, 5, 7, 4, 11, 10, 9, 6, 8, 2, 7, 1, 2, 1

2) 使用 1-12 排列：

12, 10, 8, 6, 4, 11, 9, 7, 5, 4, 6, 8, 10, 12, 5, 7, 9, 11, 2, 3, 1, 2, 1, 3

3) 使用 1-15 排列：

15, 10, 14, 9, 13, 8, 2, 12, 6, 2, 11, 7, 10, 9, 8, 6, 15, 14, 13, 7, 12, 4, 11, 5, 3, 1, 4, 1, 3, 5

4) 使用 1-16 排列：

16, 14, 12, 10, 8, 5, 15, 13, 11, 9, 1, 5, 1, 8, 10, 12, 14, 16, 7, 9, 11, 13, 15, 6, 4, 2, 7, 3, 2, 4, 6, 3

以上結果都是用規律排出前幾大的數字，剩下的小數字用消去法解出來的。

+2

