

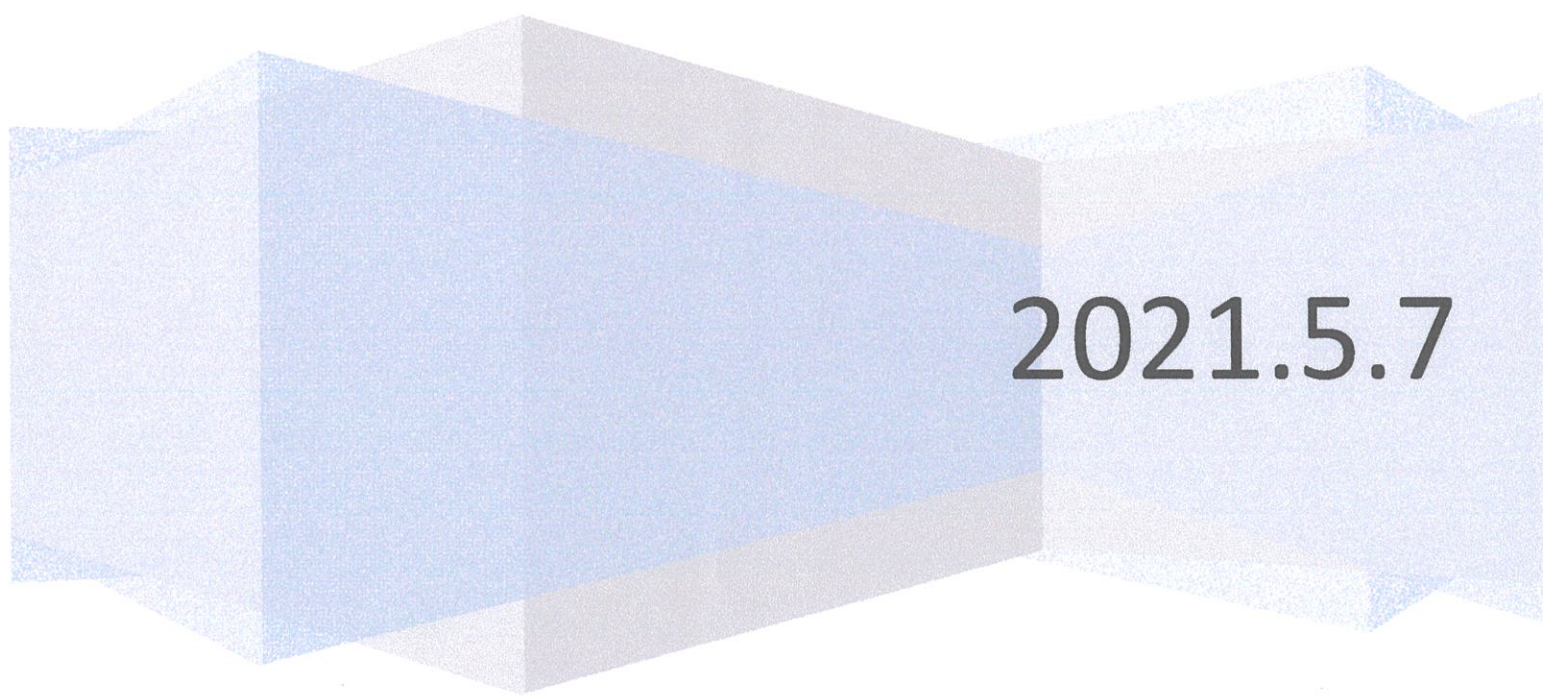
台北市仁愛國小資優班【高愛迪斯】第 49 期 數學題目

10 分 +

圓圓滿滿

連圓種類的探討

三年級 20 號張書瑋



2021.5.7

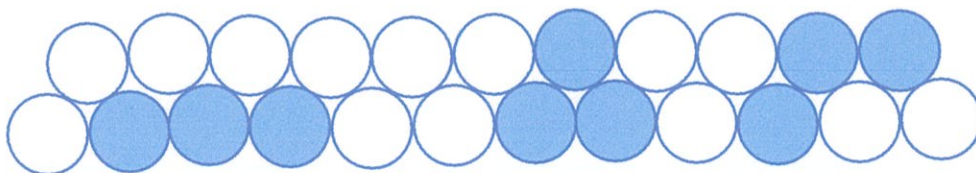
圓圓滿滿-連圓種類的探討

各位小朋友，還記得三年級上學期數理課程中玩過的正三角形連塊的拼圖遊戲嗎？高愛迪斯最近發現了一個更好玩的連圓遊戲哦！大家一起來玩玩看吧！

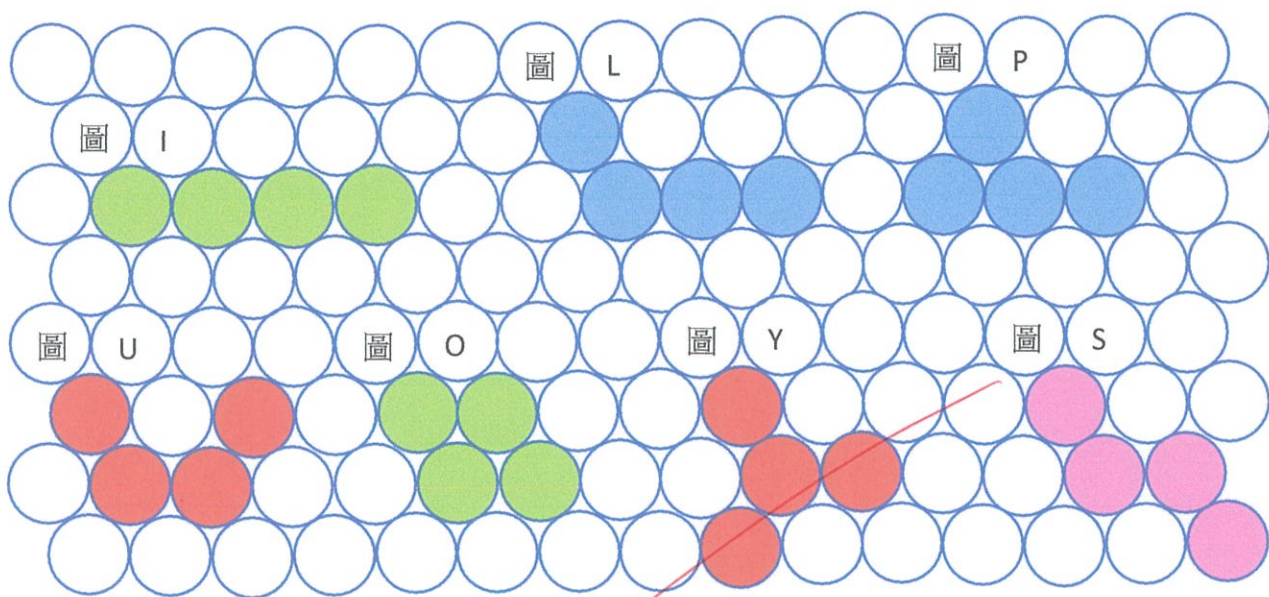
連圓遊戲排列規則如下：

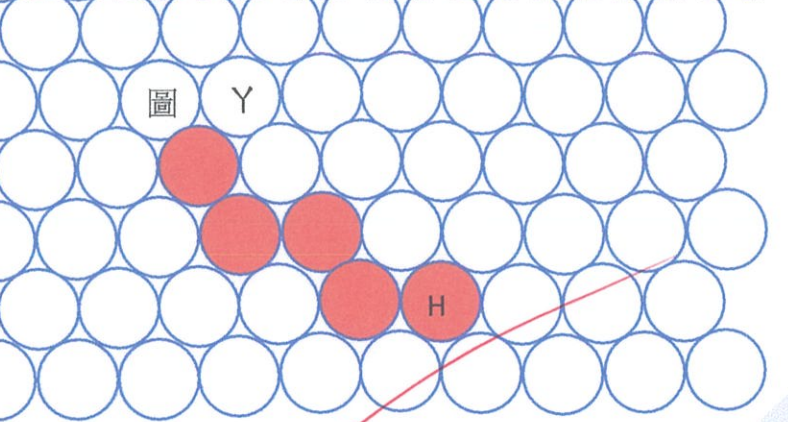
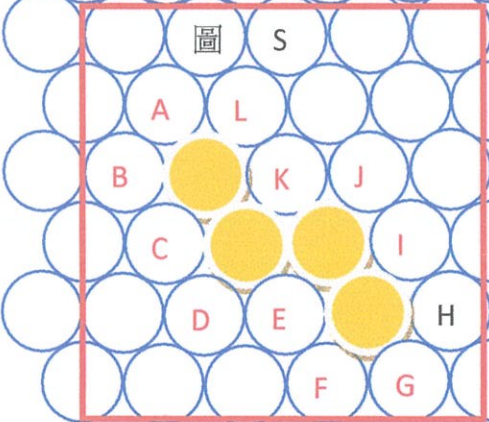
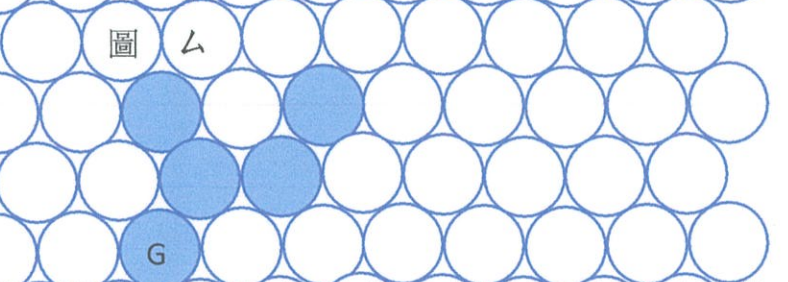
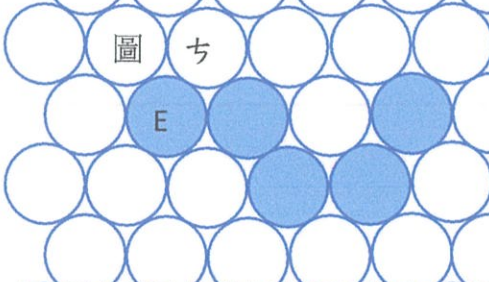
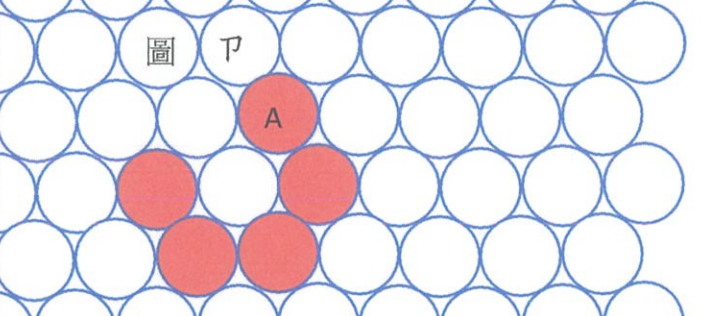
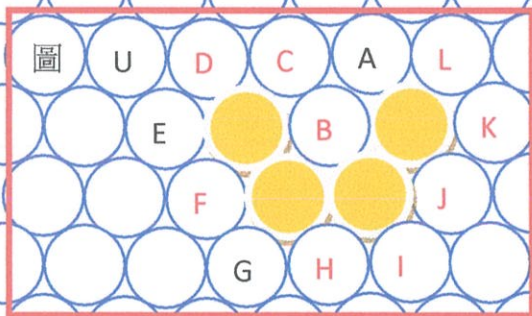
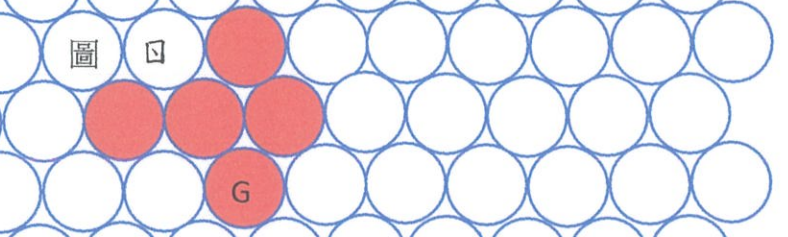
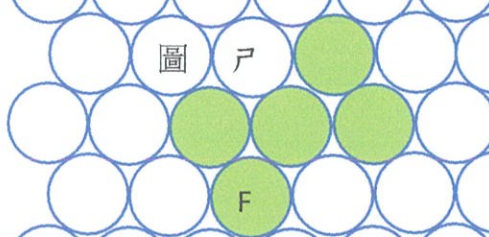
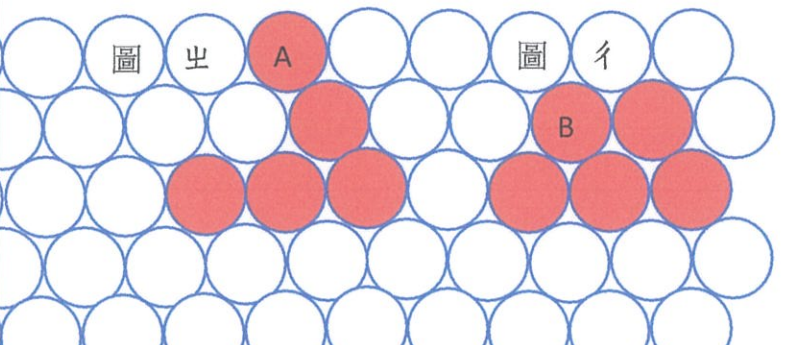
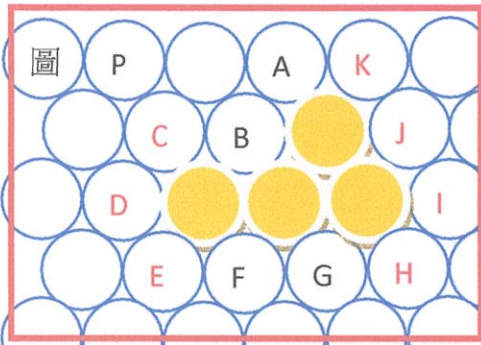
1. 每個圓都必須有部分圓周跟旁邊的圓相連接。
2. 連成的圖形經過旋轉或翻轉後，若 2 個圖形可以完全重合，則視為相同圖形。
3. 請試著找出相同數量的連圓組合而成的所有圖形種類。
4. 請用色鉛筆或旋轉蠟筆將找到的圖形塗滿。

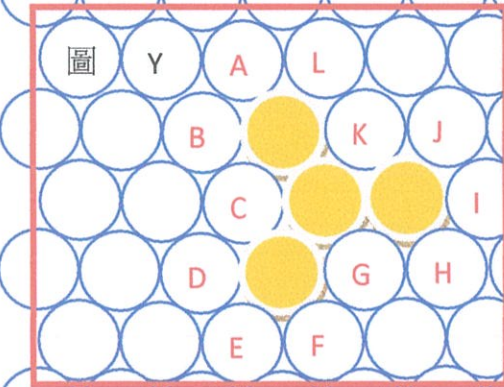
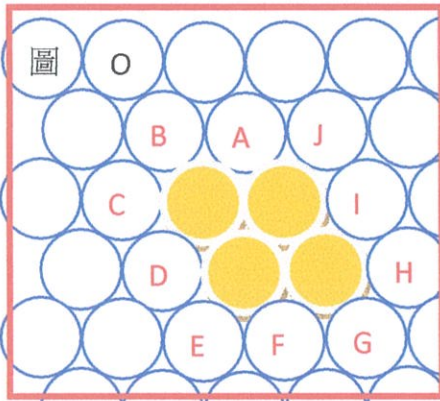
【例題】三連圓共有三種(如下圖所示，旋轉或翻轉後圖形能夠重疊即算同一種)



【問題一】四連圓共有多少種？（ 7 ）1★







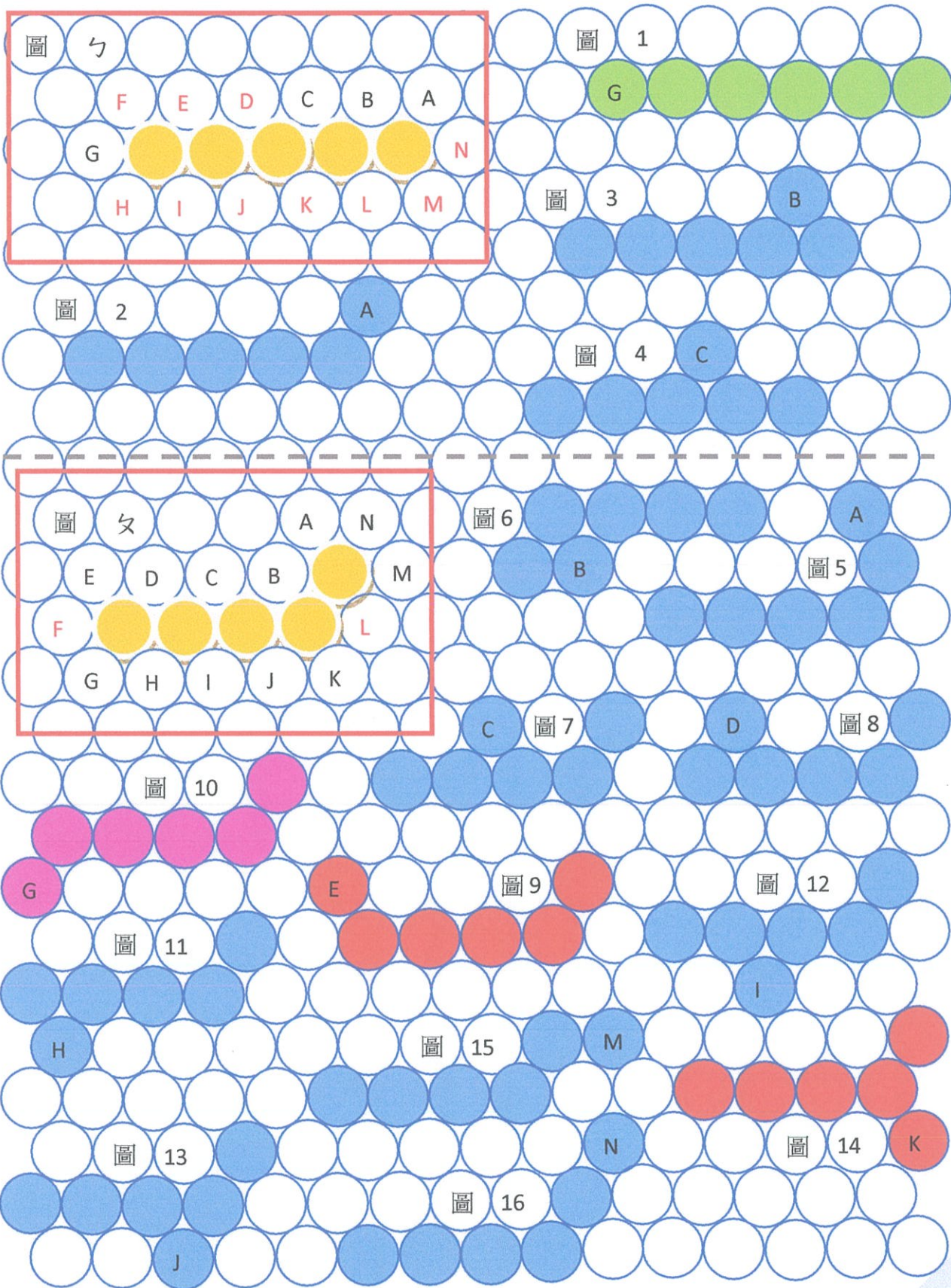
研究結果與發現:1★

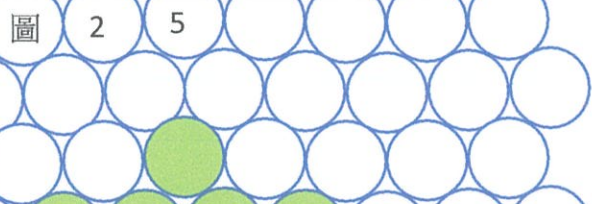
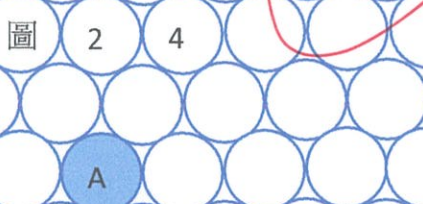
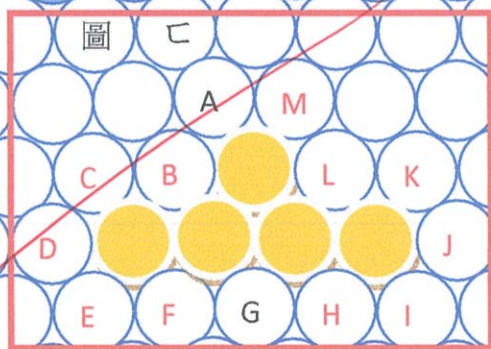
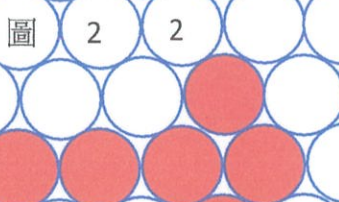
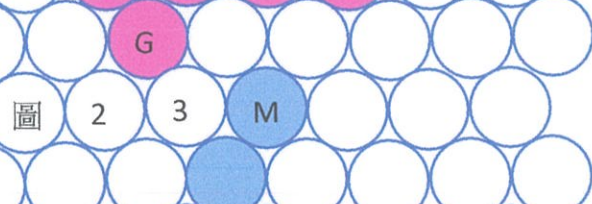
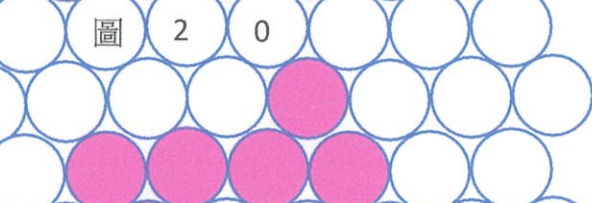
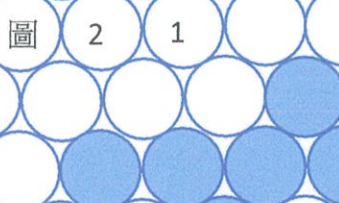
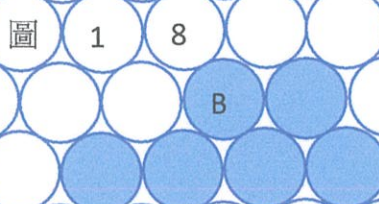
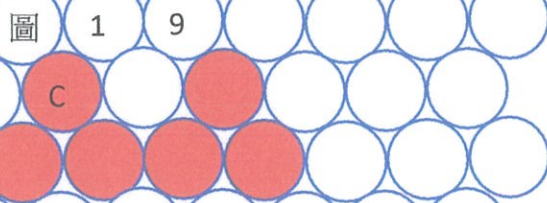
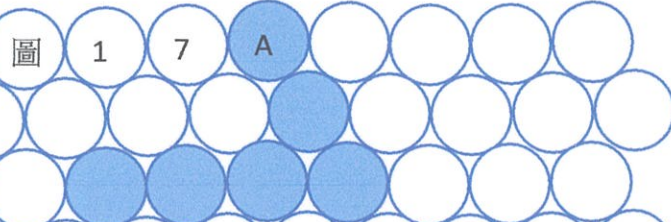
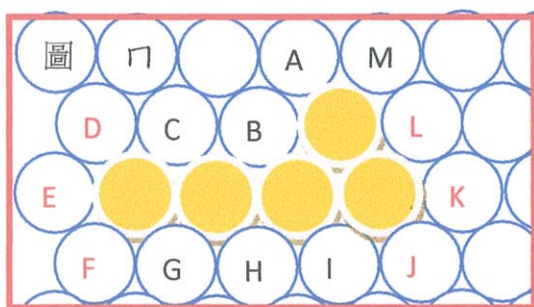
1. 我是用窮舉法來列五連圓，窮舉法就是針對數學問題可能的解法，一個一個列出直到找出正確的解答為止。例如常見的行李箱上面的密碼是 000~999 的三位數，最多只要嘗試 1000 次就可以找出正確密碼。
2. 我先把四連圓照形狀標出來，譬如第一個圖長得像 I，就命名成 I。
3. 再把四連圓的周圍可擴充點用英文標出來，(四連圓用黃色表示且加紅框)，加上第五個圓後變五連圓，然後把旋轉或翻轉一樣的扣掉。以圖 I 作範例，可擴充點有 12 個，在圖 A、B、D、E 4 個點加上第五個圓就形成新的五連圓，而放在其他點的話就會與這四個五連圓重複，用紅色標記。
4. 我發現對稱圖形可形成的五連圓會比較少，像圖 I 扣掉重複的種數比較少，只有 4 種，但圖 L 就有 10 種。
5. 另外，因為後來重複的越來越多，新的五連圓也會越來越少。例如我用圖 Y 來生產五連圓的時候，發現全部都重複了，所以沒畫出來。
6. 我最後得到的五連圓共有 22 種。
7. 對稱方式有分成兩種不同的對稱，線對稱和點對稱；線對稱是圖形沿著對稱軸對摺，對摺後兩邊的圖形可完全重合；點對稱是有一個中心點，繞著中心點旋轉 180° 後，會跟原來的圖形重合。五連圓根據對稱方式分類，並在五連圓圖形上用不同的顏色表示：不是對稱圖形有 10 種(藍色)，線對稱有 9 種(紅色)，點對稱有 1 種(紫色)，線對稱又同時點對稱的有 2 種(綠色)，如下表一。

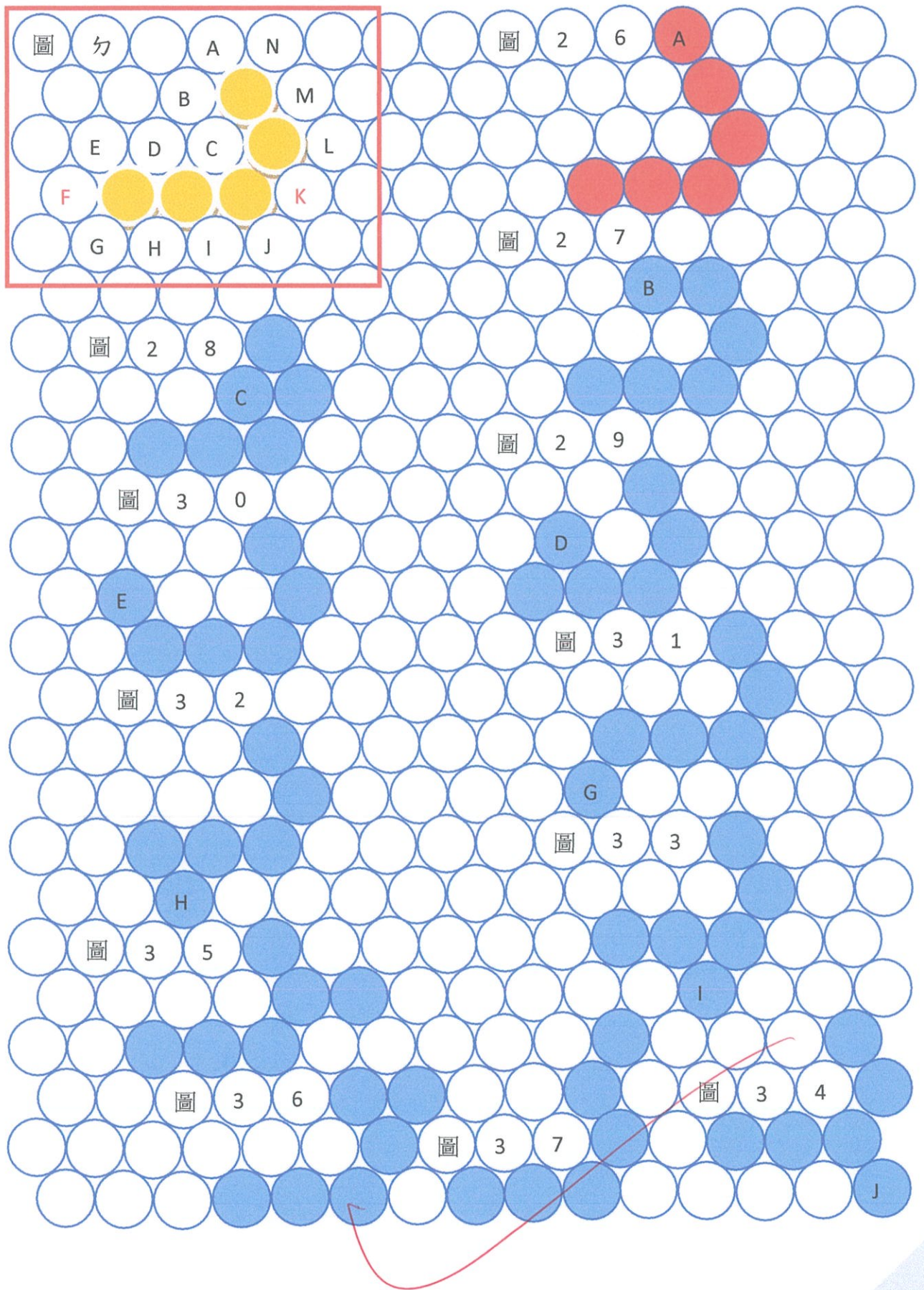
表一、五連圓對稱分析表

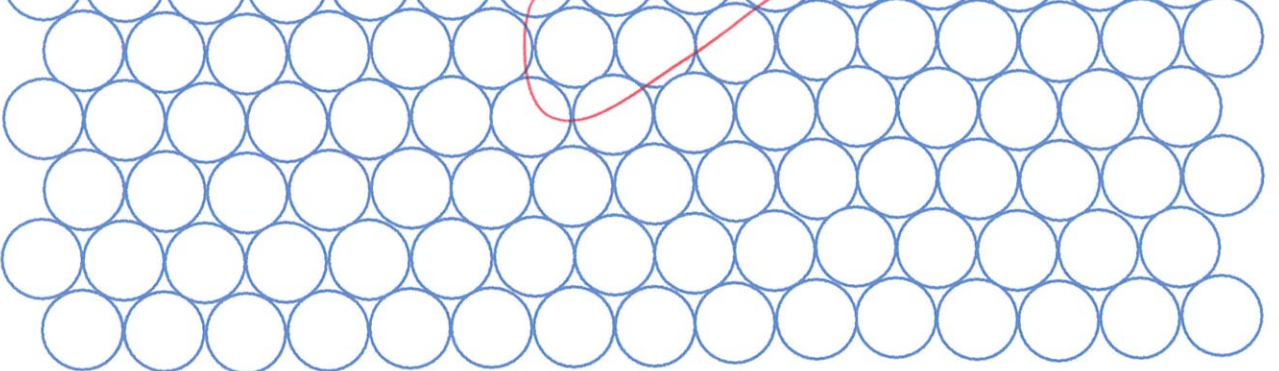
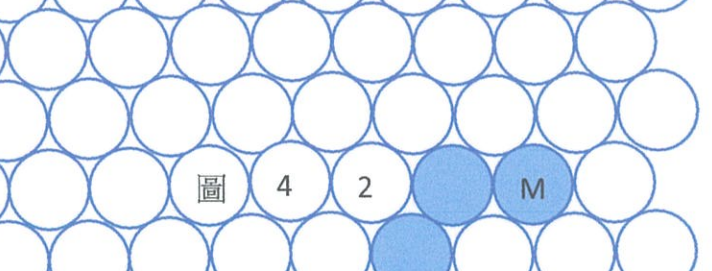
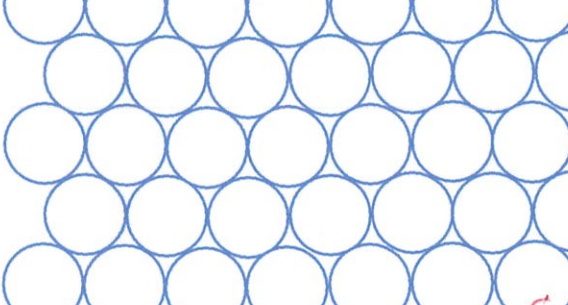
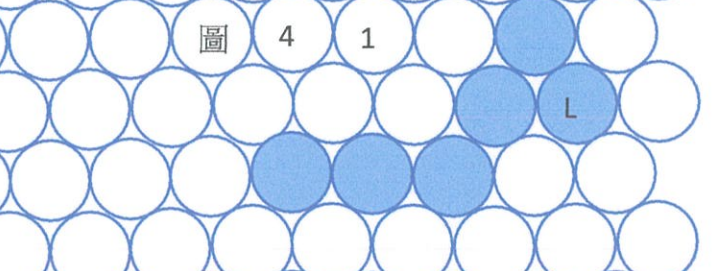
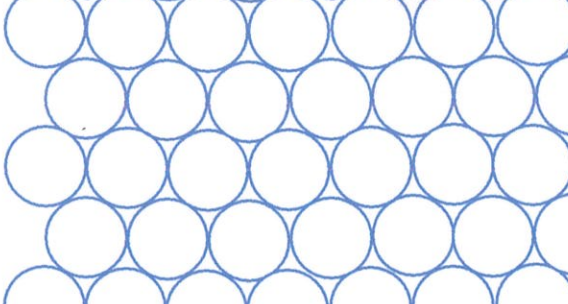
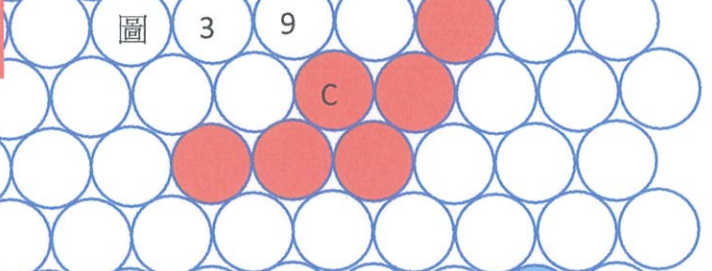
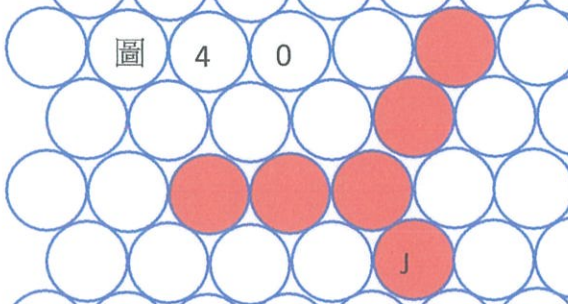
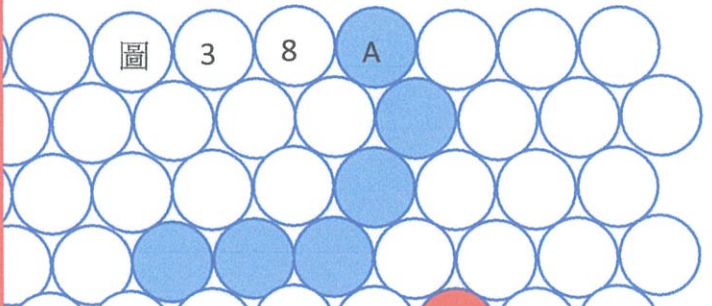
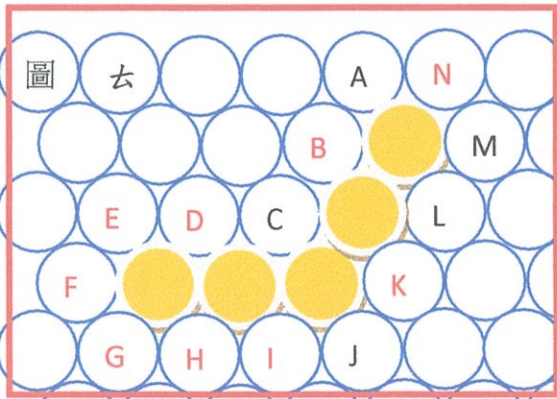
沒有對稱 (藍色)	共 10 個
線對稱 (紅色)	共 9 個 (圖 C、G、H、I、J、K、L、P、Y)
點對稱 (紫色)	共 1 個 (圖 Q)
線對稱+點對稱 (綠色)	共 2 個 (圖 N、R)

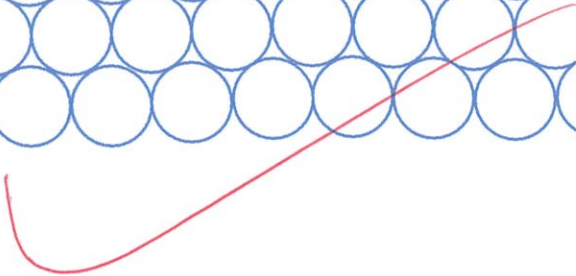
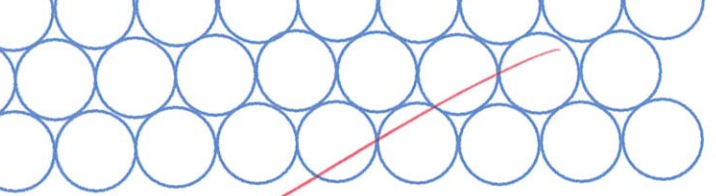
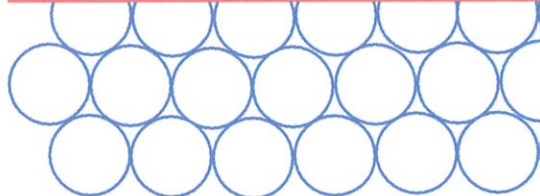
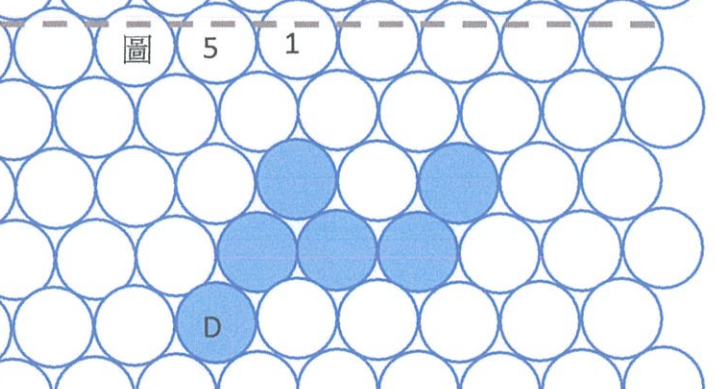
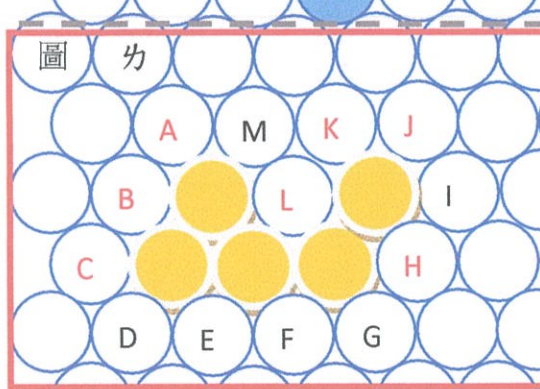
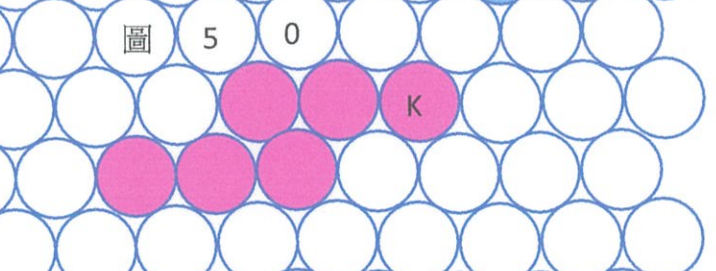
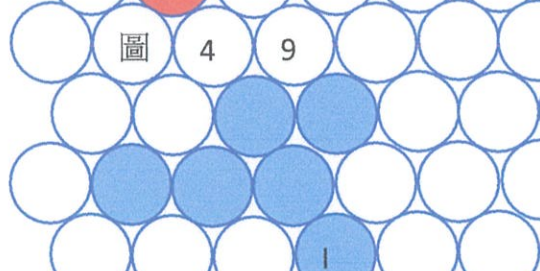
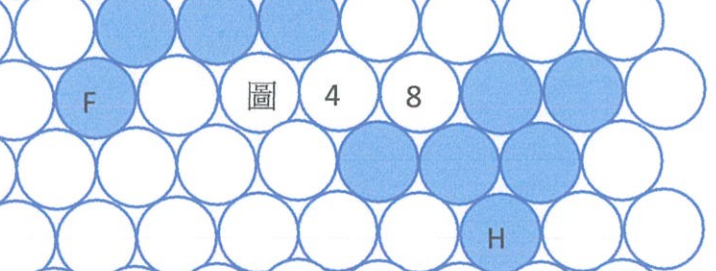
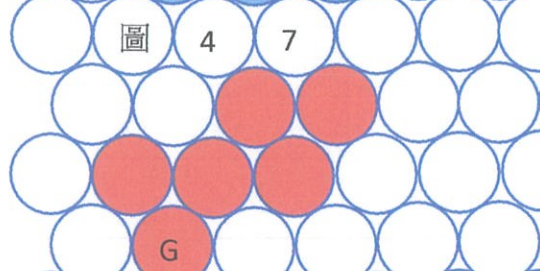
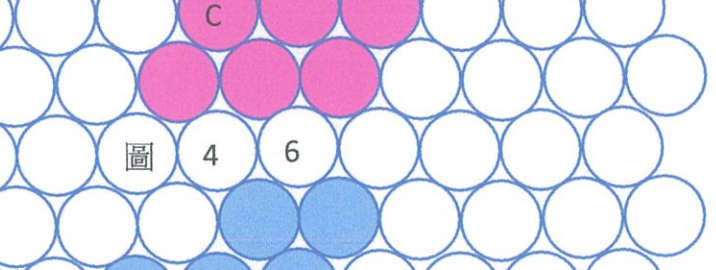
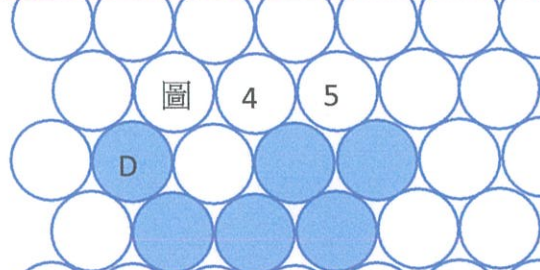
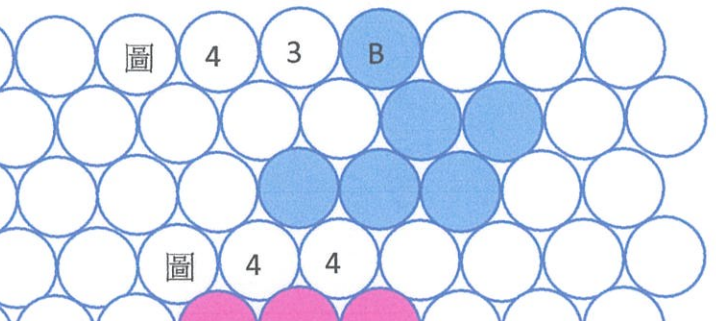
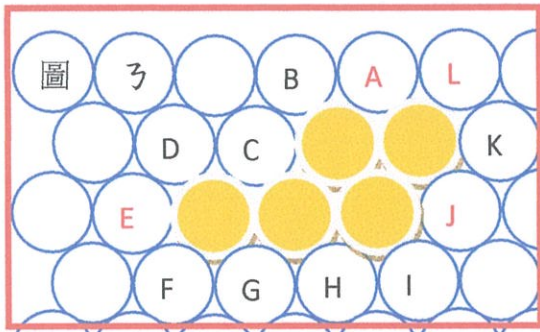
【問題三】六連圓共有多少種?(8 2)5★

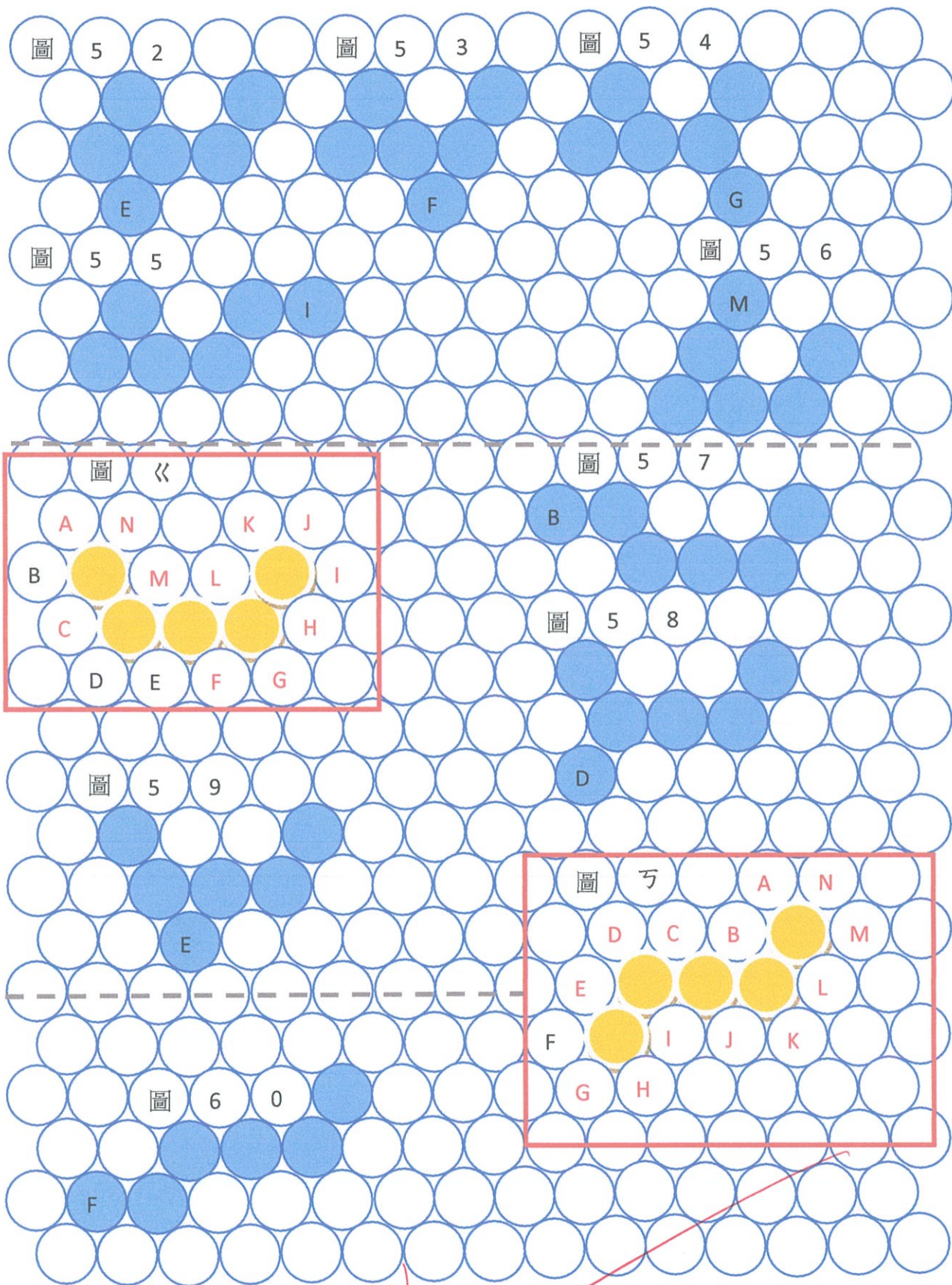


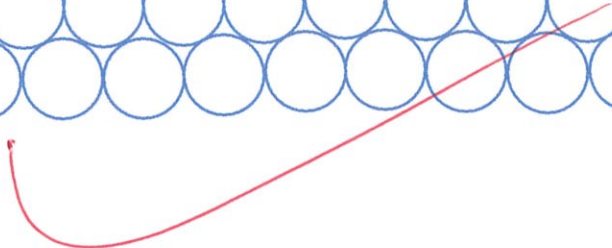
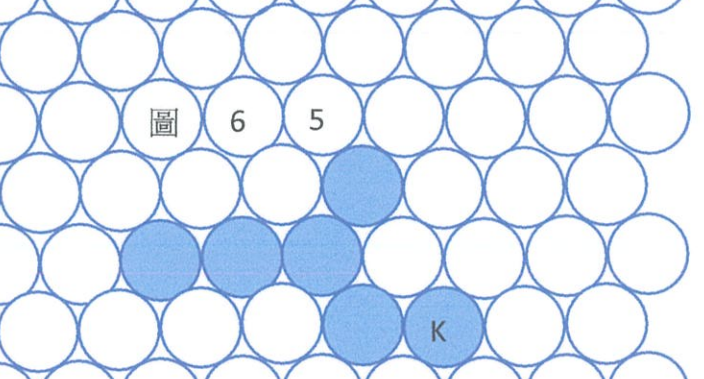
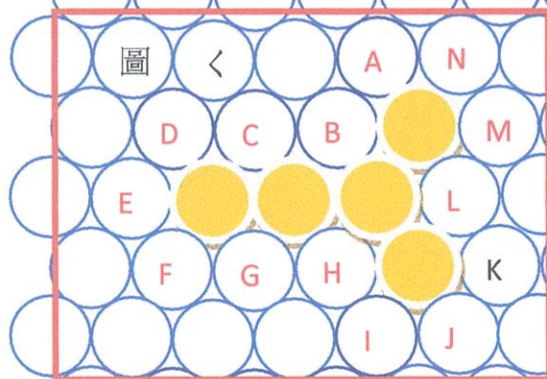
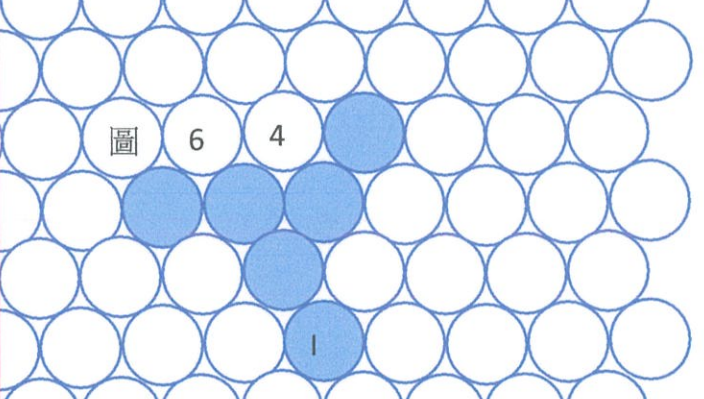
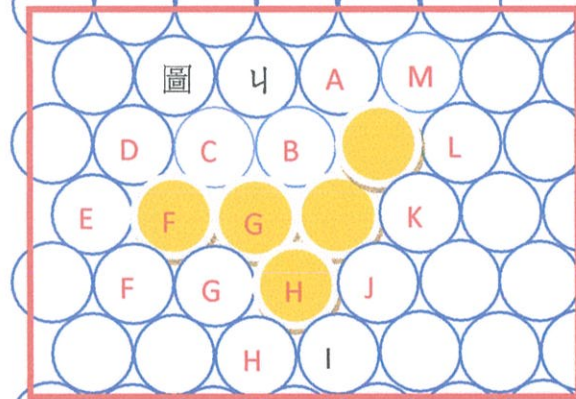
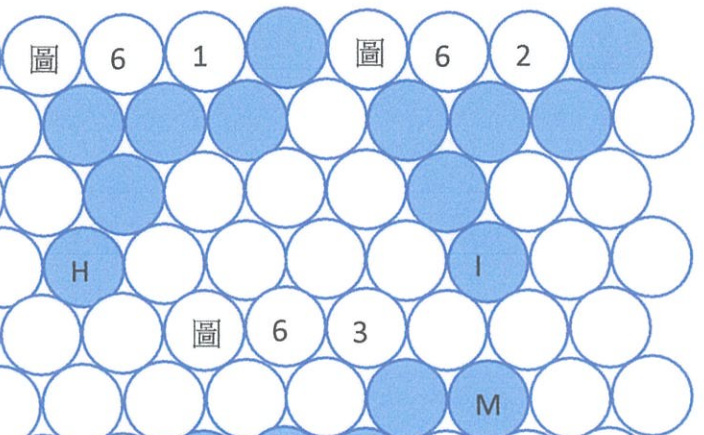
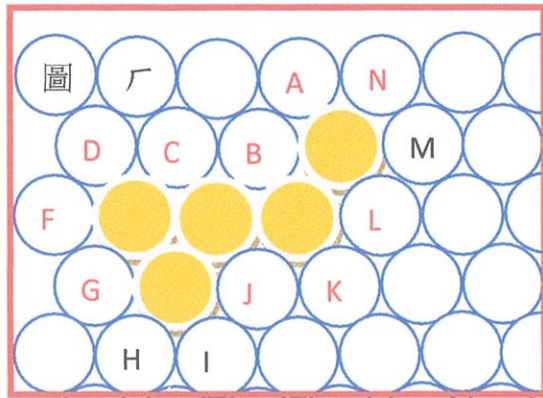


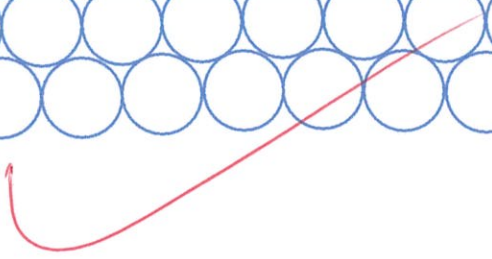
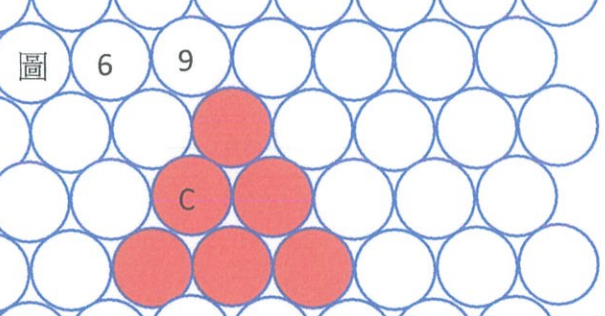
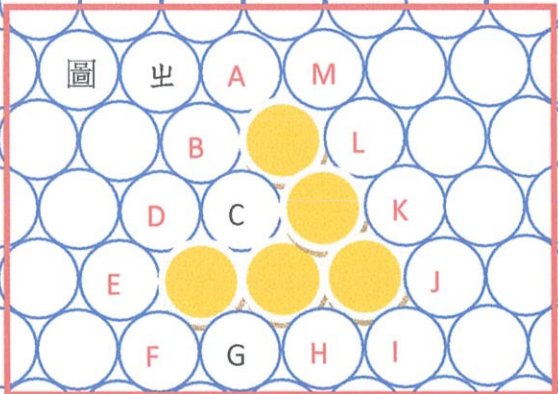
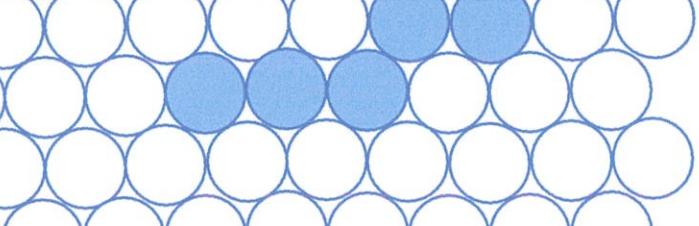
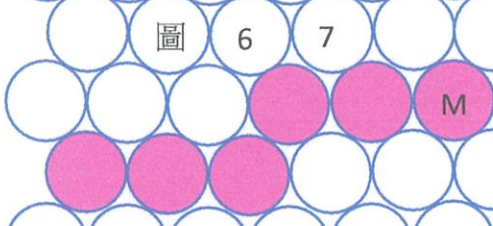
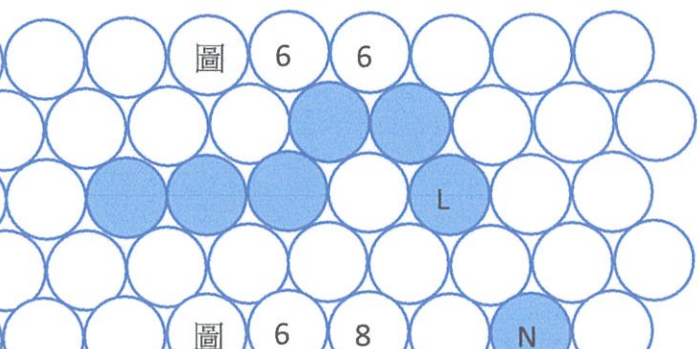
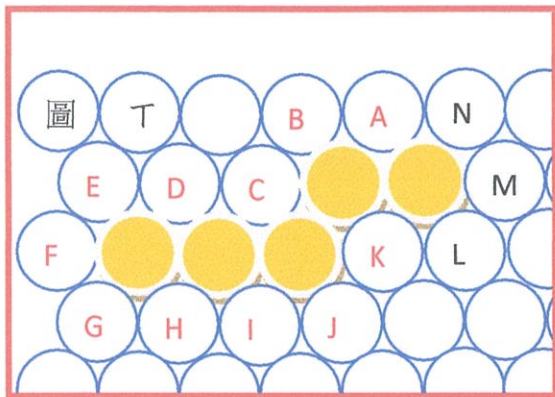


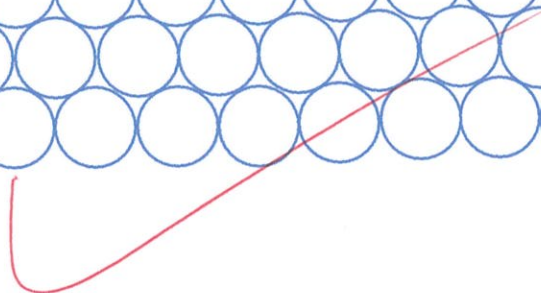
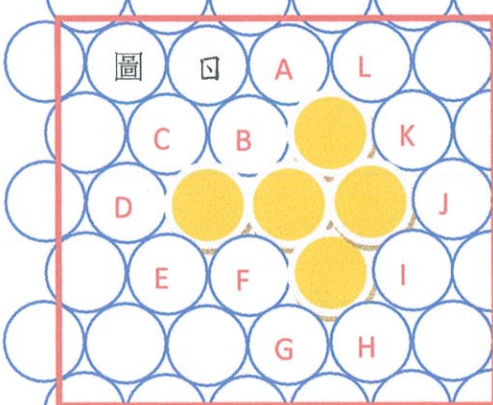
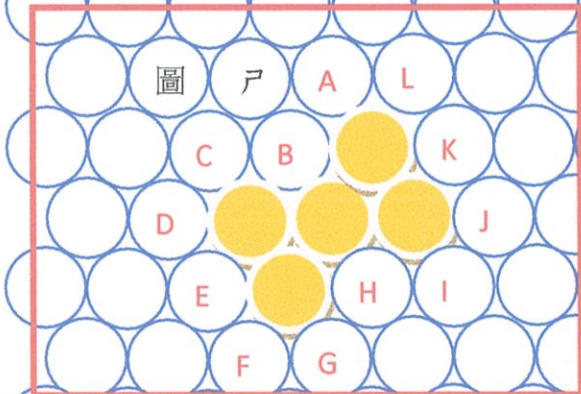
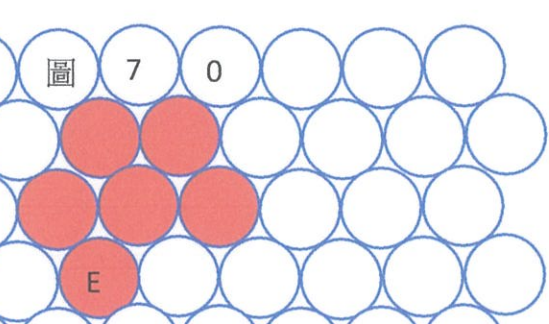
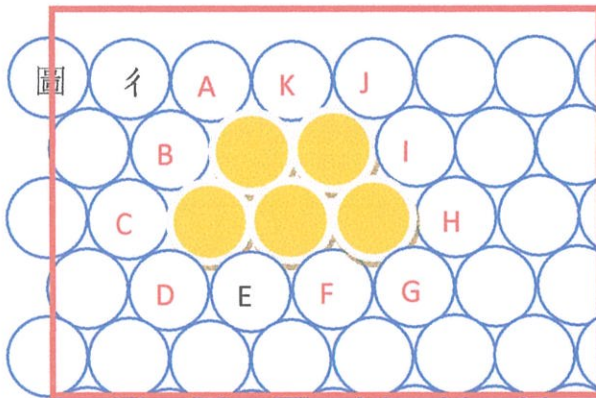


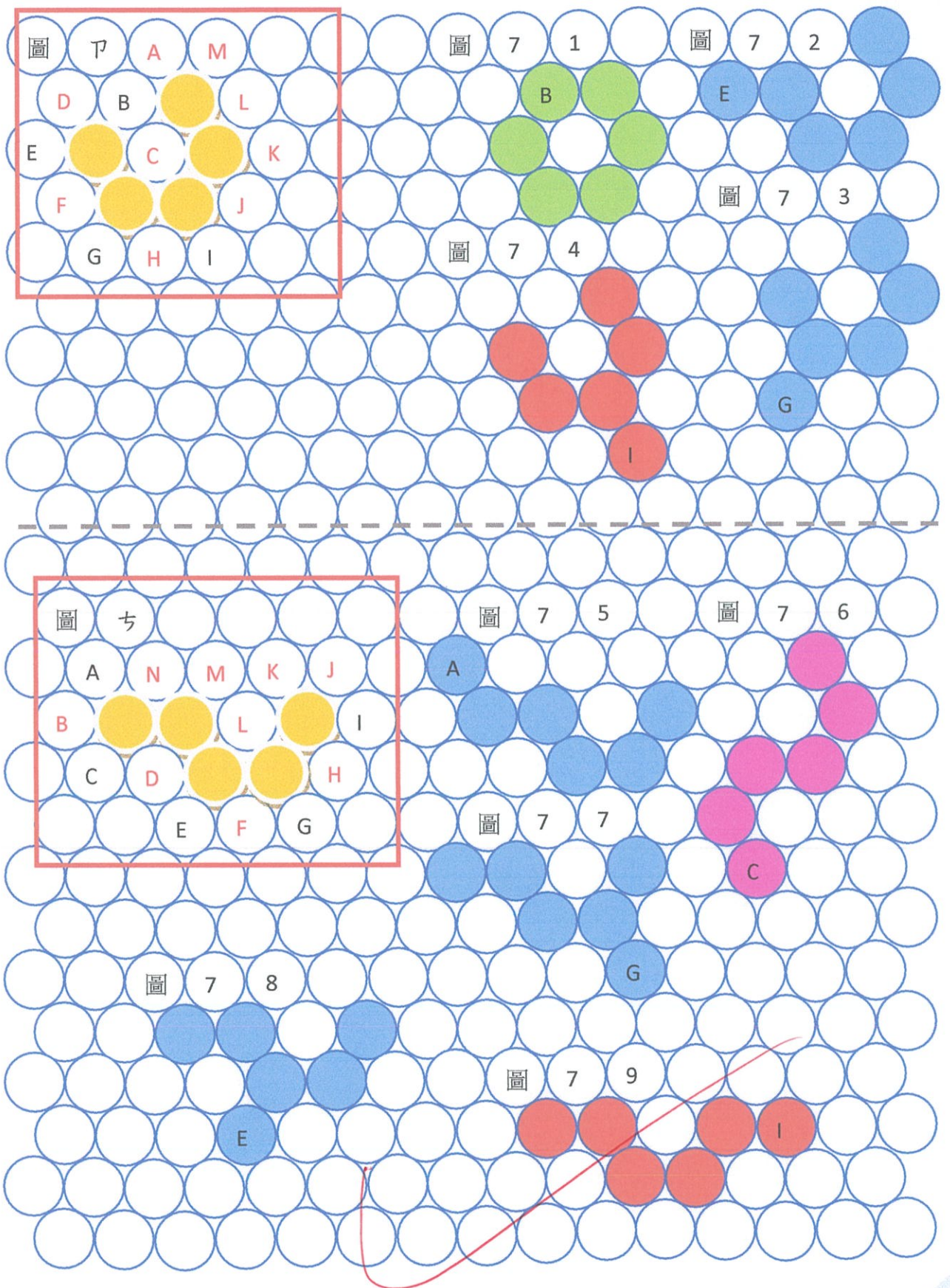


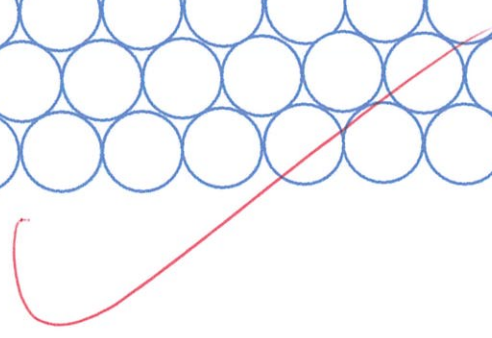
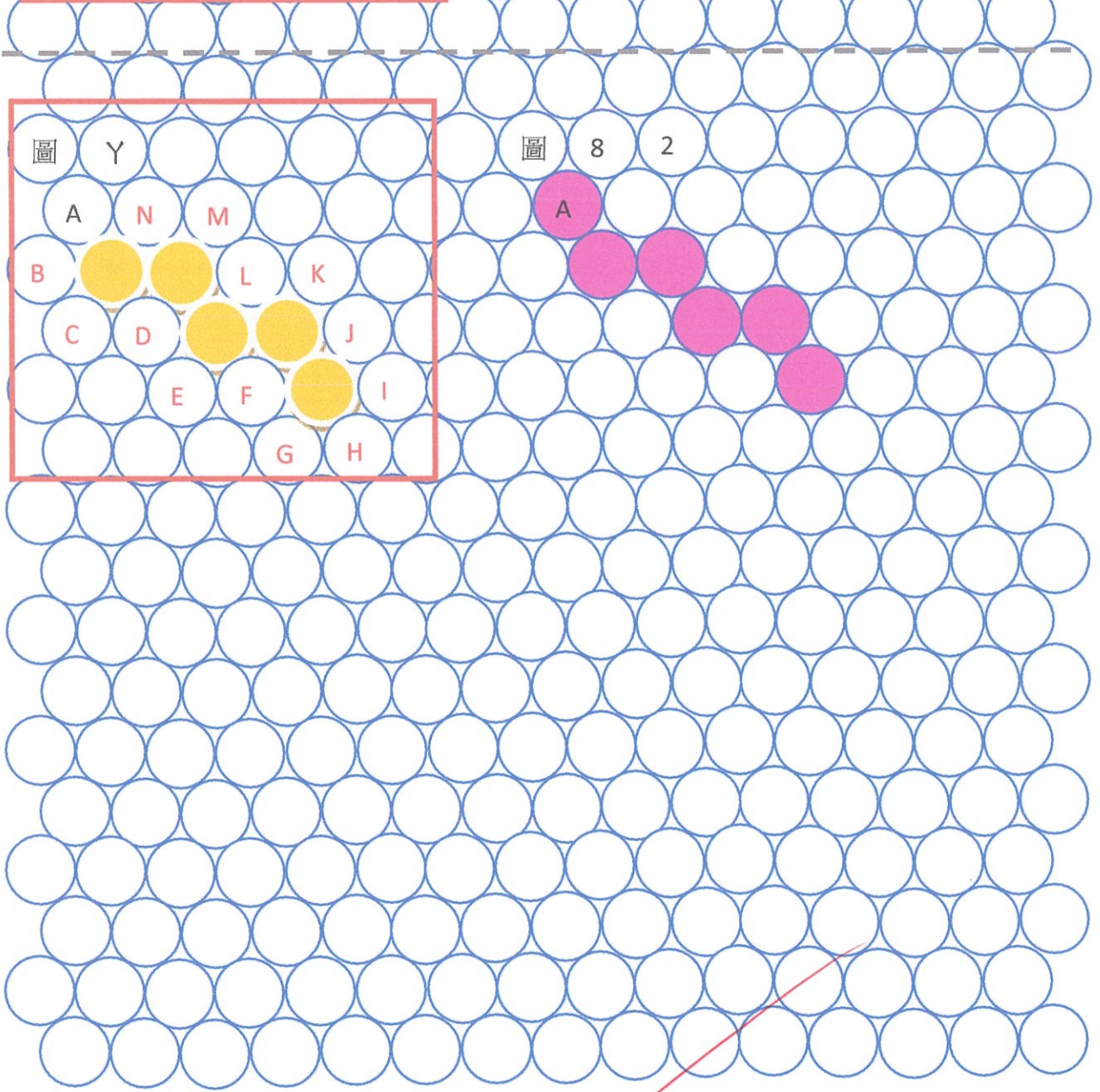
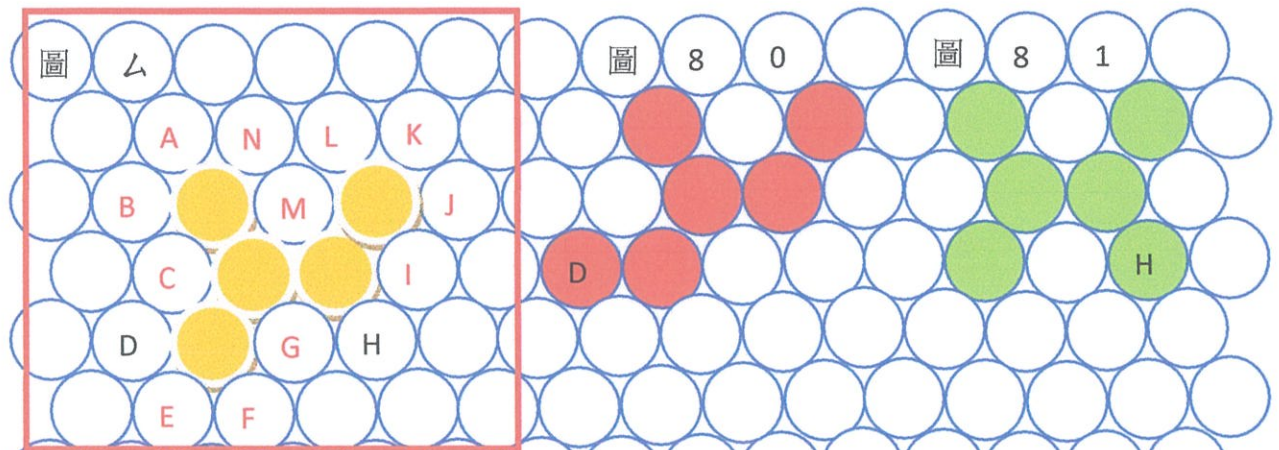












研究結果與發現:1★

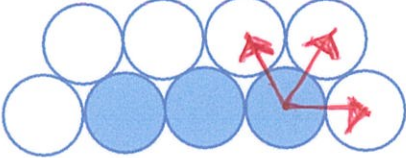
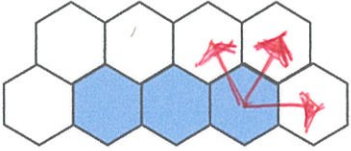
1. 我一樣用窮舉法列六連圓，再把一樣的扣掉。因為六連圓的數目很多，所以我直接用數字編號。
2. 我最後得到的六連圓共有 82 種，圖形顏色標示和五連圓一樣。不是對稱圖形有 58 種，線對稱有 13 種，點對稱有 7 種，線對稱又同時點對稱的有 4 種，如下表二。

表二、六連圓對稱分析表

沒有對稱 (藍色)	共 58 個
線對稱 (紅色)	共 13 個 (圖 9、14、19、22、26、39、40、47、69、70、74、79、80)
點對稱 (紫色)	共 7 個 (圖 10、20、44、50、67、76、82)
線對稱+點對稱 (綠色)	共 4 個 (圖 1、25、71、81)

3. 我發現連圓的圓和圓的夾角的度數有 3 種(60° 、 120° 、 180°)，和六邊形一樣，四連圓和六邊形四連塊、五連圓和六邊形五連塊都長得非常相似(表三)，所以我推測六連圓的圖形結構應該和六邊形六連塊一樣，數量也和六邊形六連塊相同。

表三、連圓和六邊形連塊的比較表

連圓	六邊形連塊
	

4. 最後，我分析不同連塊的數量，做成下表四。可以發現正三角形連塊的數量都是最少的，再來是正方形連塊，而正六邊形連塊和連圓的數量是最多的。

表四、不同種類連塊的數量表

	正三角形連塊	正方形連塊	正六邊形連塊	連圓
一連塊	1	1	1	1
二連塊	1	1	1	1
三連塊	1	2	3	3
四連塊	3	5	7	7
五連塊	4	12	22	22
六連塊	12	35	82	82
七連塊	24	108	333	333
八連塊	66	369	1448	1448
九連塊	160	1285	6572	6572
十連塊	448	4655	30490	30490

參考資料：

林翊欽、李暉霆、王惠萱、王佑恩、周禹彤(2012)。天羅地網尋芳蹤，只為盡訪六連塊。中華民國第52屆中小學科學展覽會作品說明書。國小組數學科。

Polyhex。2021年5月3日取自：

<https://polyform.fandom.com/wiki/Polyhex>

Polyiamond。2021年5月3日取自：

<https://polyform.fandom.com/wiki/Polyiamond>

Polyomino。2021年5月3日取自：

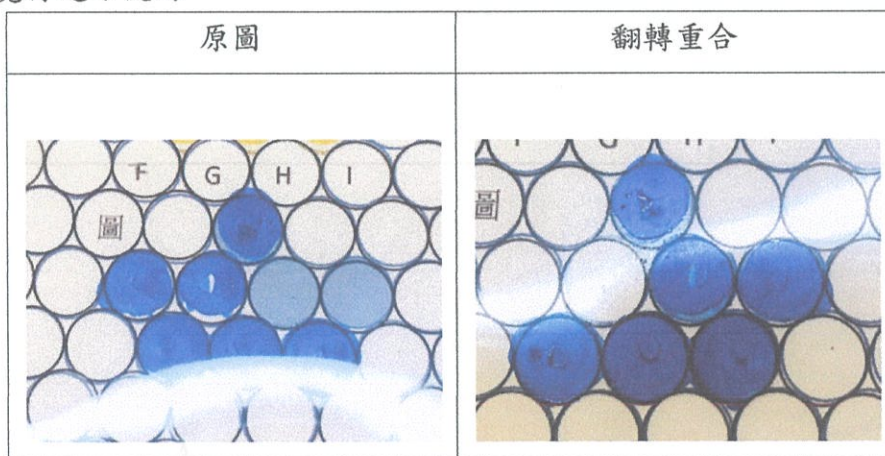
<https://polyform.fandom.com/wiki/Polyomino>

解答十分完整，認真又仔細，參考資料也註明的非常清楚，真是太棒了。 5/2

★截止日期：110年5月7日(星期五)下午4:00★

心得感想

1. 我有參考許多科展作品，尤其是這篇《天羅地網尋芳蹤，只為盡訪六連塊》，我用裡面說的窮舉法和可擴充位置來列連圖，雖然這種方法很繁複，但是可以把所有的連圖都系統性的列出來。
2. 我覺得這次的連圖很難畫，我一開始重複畫很多個，所以很多的號碼都編錯，把少畫的都檢查出來也花了我很久的時間。
3. 另外，我還有秘密武器，就是這個圈圈的透明板。它的功用是可以在上面畫連圖圖形，然後可以翻轉及旋轉，用來檢查有沒有重複，我用這個來檢查到了很多重複的連圖，我覺得超方便的。



4. 我一開始在畫連圖的時候是用色鉛筆塗顏色，但是我發現塗不滿，手也很痠，所以媽媽教我用 Word 檔來畫，雖然一開始一定會辛苦，我在畫的過程中，我學會了很多東西，例如：怎麼在連圖塗顏色、怎麼在連圖裡打文字……等，但是後面比較熟練，就覺得很方便，因為可以很快速地修改，並且幫連圖上不同的顏色，以及幫連圖編號。